

13. ročník, úloha II. 3 ... cowboy (3 body; průměr ?; řešilo 60 studentů)

Oblíbenou zábavou jednoho fyzikálně nadaného cowboye je střelení z pistole do plechovek. Jednou mu někdo do plechovky nasypal písek. Vystřelená kulka, jak cowboy později zjistil, v písku uvízla. Měla mosazné jádro s olověným pláštěm, který se v písku celý roztavil. Co s toho vyplývá o hmotnosti písku v plechovce, když kulka letěla rychlostí 440 m/s, má hmotnost 10 g a hmotnostní podíl olova a mosazi je 1 : 1?

Srážku náboje s plechovkou písku můžeme charakterizovat jako dokonale nepružnou, protože náboj v písku uvízne. Ze zákona zachování hybnosti můžeme určit výslednou rychlost po srážce

$$2mv_0 = (M + 2m)v_1, \quad (1)$$

kde m je hmotnost olova a hmotnost mosazi ($2m$ je tedy hmotnost celé kulky, tj. 10 g), M je hmotnost plechovky s pískem, $v_0 = 440$ m/s je rychlost kulky před srážkou a konečně v_1 je výsledná rychlost.

Podívejme se nyní na energetickou bilanci srážky. Kinetická energie E_0 vystřelené kulky se rozdělí na kinetickou energii soustavy E_1 po srážce, teplo dodané kulce Q a další energii E_2 .

$$E_0 = mv_0^2, \quad E_1 = \frac{1}{2}(M + 2m)v_1^2. \quad (2)$$

Energetická bilance srážky je

$$E_0 = E_1 + Q + E_2 \quad (3)$$

Z rovnic (1) a (2) dosadíme do (3).

$$mv_0^2 = \frac{2m^2v_0^2}{M + 2m} + Q + E_2, \\ \frac{Mm}{M + 2m}v_0^2 = Q + E_2. \quad (4)$$

Pokud nám stačí jen hrubý odhad hmotnosti, můžeme E_2 vypustit z našich úvah, čímž se vzdáváme určení např. odebrání tepla pískem a energie nutné k proděravění plechovky.

Uvažujme nyní stav krátce po uvíznutí střely. Teplota v kulce je přibližně vyrovnaná a je rovna teplotě tání olova. Olověná část kulky je roztavená. Teplo, které musela kulka přijmout, je rovno

$$Q_m = m(c_{Pb} + c_m)\Delta T + ml_t.$$

Aby olovo roztálo, musí být dodané teplo alespoň tak velké, jako Q_m . Ze vztahu (4) dostáváme výsledný vztah pro hmotnost písku (hmotnost plechovky v porovnání s pískem zanedbáme)

$$M > \frac{2mQ_m}{mv_0^2 - Q_m},$$

Potřebné materiálové konstanty

$$c_{Pb} = 129 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}, \quad c_m = 389 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}, \quad l_t = 23 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}.$$

Zbývá nám už jen odhadnout ΔT — teplota tání olova je 328 °C. Když uvážíme teplotu střely před vniknutím do plechovky 20 °C (zanedbáme zahřátí kulky v hlavní zbraně a zahřívání/chlazení kulky vzduchem), vyjde nám minimální hmotnost písku 165 g. Pro jiné vstupní

teploty námi spočtená hmotnost výrazně kolísá — pro vyšší vstupní teploty hmotnost výrazně klesá. Nižší teploty snad projektil mít nebude, a proto můžeme označit tuto hmotnost na dostatečnou.

Slavomír Nemšák