

Zadání IV. série



Termín odeslání: 28. února 2000

Milí přátelé!

Se zadáním čtvrté série Fykosu si vás dovoluujeme pozvat na naši tradiční akci — Den s experimentální fyzikou. Bude se konat dne 15. března 2000 v budově MFF UK v Tróji. Na tuto akci se můžete přihlásit s (včas odeslaným!) řešením 4. série, tedy do 28. února. Se zadáním další série dostanou ti, co se přihlásí, podrobnější program s popisem cesty do Tróje a omluvenku do školy. Již dnes vám můžeme slíbit návštěvu jaderného reaktoru Vrabec, urychlovače částic a jiné zajímavé exkurze.

Na zadní straně série si můžete prohlédnout pozvánku na Jeden den s fyzikou, což je akce pořádaná fakultou 3.2. 2000 pro všechny středoškoláky (narozdíl ode Dne s experimentální fyzikou, který organizujeme jen pro řešitele Fykosu). Na této akci si budete moci prohlédnout fyzikální pracoviště fakulty v areálu Karlova a vyslechnout zajímavé přednášky.

Řešitele, kteří mají přístup k internetu upozorňujeme, že na Fykosáckých [www-stránkách](#) jsou nyní k dispozici kompletní zadání a řešení jednotlivých sérií ve formátu postscript.

Jiří Franta

Úloha IV.1 ... nabité kuličky

Tři stejné kuličky o hmotnosti m , nabité nábojem q , jsou spojeny lehkými neroztažitelnými nitěmi tak, že tvoří rovnostranný trojúhelník o straně délky d . Pokud jednu z nití přestříhneme, soustava se začne pohybovat. Určete maximální rychlost „prostřední“ kuličky během nastalého pohybu.

Úloha IV.2 ... tyč pod napětím

Na konce homogenní tyče o průřezu $S = 1 \text{ cm}^2$ působí dvě síly $F_1 = 40 \text{ N}$ a $F_2 = 100 \text{ N}$ v opačných směrech (obě „od tyče“). Určete napětí v průřezu, který dělí tyč na dvě části v poměru 1 : 2 (působíště síly F_2 je na konci kratší části).

Úloha IV.3 ... potápěčova bublina

Potápěč v hloubce 50 m pod ledem vypustí vzduchovou bublinu o poloměru 2 cm. Bublina doplave pod led. Předpokládejte, že se zdeformuje přibližně na pravidelný válec. Určete jaká bude její výška. Vše probíhá za normálního tlaku a teploty 0°C .

Úloha IV.4 ... a zase to zatmění!

Vaším úkolem je spočítat maximální možnou šířku pásu úplného i částečného zatmění Slunce. Je úplné zatmění pozorovatelné vždy, když se Měsíc dostane na spojnici Slunce a Země? Pro jednoduchost uvažujte, že se všechna tři tělesa pohybují v téže rovině (ekliptice). K výpočtu použijte následujících dat:

- vzdálenost Země od Slunce r_Z kolísá mezi 147 093 860 km a 152 101 870 km
- vzdálenost Měsíce od Země r_M kolísá mezi 356 410 km a 406 740 km
- poloměr Slunce je $R_S = 695\,990 \text{ km}$
- poloměr Země je $R_Z = 6\,378 \text{ km}$
- poloměr Měsíce je $R_M = 1\,738 \text{ km}$

Úloha IV . P ... jablko nepadá daleko od baobabu

Představme si baobab, který roste na rovníku, na jeho nejvyšší větvi ve výšce h je baobabí jablko. Jablko se rozhodne, že spadne. Spočtete, jak daleko od kmene dopadne.

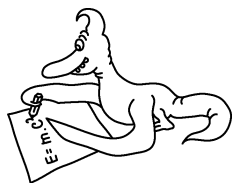
Řešení jedna: Dívá-li se na situaci pozorovatel z inerciální soustavy nespojené s povrchem Země, vidí, že ve výšce h letí jablko rychlostí $\omega(R_z + h)$ ve směru rovnoběžně s povrchem (ω je úhlová rychlost rotace Země). Povrch se pohybuje v téže směru rychlostí ωR_z . Rozdíl je tedy ωh . Jablko letí dobu $t = \sqrt{2h/g}$ a dopadne tedy ve vzdálenosti $s = \omega h \sqrt{2h/g}$ od kmene.

Řešení dva: Díváme-li se na situaci ze soustavy spojené s povrchem Země, zdají se nám nehybné předměty, které ve výšce x letí rychlostí $\omega(R_z + x)$. Jablko letí stále $\omega(R_z + h)$ a tedy vzhledem k pozorovateli na Zemi rychlostí $\omega(h - x)$. Pro x platí $x = h - gt^2/2$ a tedy $v = \omega gt^2/2$. Po zintegrování (kdo neví, co to je, nechť přijme, že plocha pod grafem funkce $y = x^2$ je $x^3/3$) vyjde $s = (\omega h/3) \sqrt{2h/g}$.

Na vás je, abyste rozhodli, který z výsledků je správně, a opravili chybný postup.

Úloha IV . Exp ... dráteček

Někde v této brožurce najdete připevněn kousek drátečku (pokud jej tam nemáte a rozhodli jste se tuto úlohu měřit, tak nás prosím kontaktujte). Vaším úkolem je zjistit, z jakého kovu je vyroben. Vzorek nesmíte nijak poničit (roztavit, naleptat kyselinou, trvale zdeformovat atd.). Můžete změřit například tepelnou kapacitu, hustotu, tepelnou vodivost a roztažnost, délku, měrný odpor, průměr a hmotnost atomového jádra, elektrochemický potenciál, odrazivost, mřížkovou konstantu, relativní či absolutní permitivitu a permeabilitu, kapacitu, indukčnost, poločas rozpadu, absorpční a emisní spektrum... Fantazii se meze nekladou.

**Řešení II. série****Úloha II. 1 ... kondenzátor (5 bodů, řešilo 66 studentů)**

Představte si válcový kondenzátor. Jsou to dva sousedé dlouhé válce o poloměrech r_1, r_2 ($r_1 > r_2$), na menším je kladná hustota náboje σ , na větším stejně velká záporná. Pokud mezi válce vypustíme elektron, může v kondenzátoru obíhat po kruhové dráze. Určete rozsah možných frekvencí, se kterými může elektron v kondenzátoru obíhat. Může obíhat i vně kondenzátoru?

Spočítejme nejprve intenzitu elektrického pole mezi válci. Předpokládejme, že válce jsou mnohem delší než širší, tj. $r \ll l$, a elektrony obíhají velmi daleko od obou okrajů. Pokud přijmeme tyto předpoklady, můžeme úlohu řešit, jako by byl kondenzátor nekonečně dlouhý. Pokud je nepřijmeme, bude úloha víceméně neřešitelná.

Intenzita elektrického pole v nekonečně dlouhém kondenzátoru je z důvodu symetrie osově souměrná (kolmá na osu válce a velikost závislá pouze na vzdálenosti od osy). Velikost intenzity E ve vzdálenosti r od osy ($r_2 < r < r_1$) určíme z Gaussovy věty. (Ta říká, že plocha krát složka intenzity el. pole kolmá k této ploše se rovná podílu náboje, který plocha uzavírá, a permitivity prostředí.) povrchu zvoleného objemu je rovna náboji tímto objemem uzavřeným). Zvolíme si válec o poloměru r a výšce v sousedý s kondenzátorem. Z výše uvedených důvodů je tok intenzity povrchem pláště roven součinu E a obsahu pláště. Gaussova věta má tvar:

$$E 2\pi r v = \sigma \frac{2\pi r_2 v}{\epsilon_0}$$

Intenzita elektrického pole mezi válci je:

$$E = \frac{\sigma r_2}{\epsilon_0 r}$$

Aby se elektron pohyboval po kruhové dráze s poloměrem r a úhlovou rychlostí ω , musí na něj působit dostředivá síla o velikosti $F_d = m\omega^2 r$.

Jako dostředivá síla zde působí právě elektrostatická síla o velikosti $F_e = Ee$.

Z rovnosti $F_d = F_e$ dostaneme pro úhlovou rychlost

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{e\sigma r_2}{\varepsilon_0 m}}$$

a frekvence obíhání je $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Dosazením $r = r_1$ dostaneme minimální a $r = r_2$ maximální frekvenci:

$$f_{\min} = \frac{1}{2\pi r_1} \sqrt{\frac{\sigma e r_2}{\varepsilon_0 m}}, \quad f_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma e}{r_2 \varepsilon_0 m}}$$

Možné frekvence tedy leží v intervalu (f_{\min}, f_{\max}) .

Vně kondenzátoru na elektron působí odpudivá síla a ten ulétne pryč, to znamená, že vně obíhat nemůže. (Intenzita vně kondenzátoru není nulová, neboť vnější válec má stejně velkou hustotu náboje, ale větší plochu. Celkový náboj kondenzátoru je tedy záporný.)

Poznámka: Válcový kondenzátor se říká spíše tomu, když mají oba válce stejně velký náboj a ne jeho hustotu. Označení v tomto příkladě bylo tedy trochu matoucí, za což se zmateným omlouváme.

Václav Porod

Úloha II. 2 ... kyvadélko na vozíčku (5 bodů, řešilo 53 studentů)

Mějme matematické kyvadlo o hmotnosti m a délce l umístěné na vozíčku. Vozíček má hmotnost M a je volně (bez odporových sil) pohyblivý po rovině. Určete periodu malých kmitů kyvadla.

Vozíček i kyvadlo se budou pohybovat v rovině. V této rovině tedy zvolme kartézské souřadnice: osu x vodorovně orientovanou směrem doprava a osu y svisle orientovanou proti směru tíhového zrychlení. Polohu kyvadla vůči vozíčku popíšeme úhlem φ , což je orientovaný úhel od záporného směru osy y ke kyvadlu. Úhlovou rychlost kyvadla označme $\omega = d\varphi/dt$ a úhlové zrychlení $\varepsilon = d^2\varphi/dt^2$. Pohyb kyvadla bude výhodné řešit v soustavě spojené s vozíčkem. To je však neinerciální soustava, a proto musíme nejdříve určit její zrychlení a vůči inerciálním systémům.

Výslednice vnějších sil působících na vozíček s kyvadlem bude ve směru osy x nulová. Z první impulzové věty tedy plyne, že zrychlení hmotného středu soustavy kyvadlo-vozíček ve směru osy x bude nulové:

$$Ma + m(a + l\varepsilon \cos \varphi - \omega^2 l \sin \varphi) = 0,$$

kde a je složka zrychlení vozíčku ve směru osy x . Výraz $l\varepsilon \cos \varphi - \omega^2 l \sin \varphi$ udává složku ve směru osy x zrychlení hmotného bodu kyvadla v soustavě spojené s vozíčkem. Člen s ε popisuje tečné zrychlení a člen s ω zrychlení dostředivé. Zrychlení vozíčku ve směru osy y je nulové.

Pohybová rovnice kyvadla v soustavě spojené s vozíčkem má tedy následující tvar (druhá impulzová věta):

$$ml^2\varepsilon = -mgl \sin \varphi - mal \cos \varphi.$$

Po dosazení za a dostaneme:

$$\varepsilon = -\frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{m(\varepsilon \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi) \cos \varphi}{M + m}.$$

Pro malé výchylky platí: $\cos \varphi \approx 1$ a $\sin \varphi \approx \varphi$. Pohybová rovnice kyvadla se nám potom zjednoduší:

$$\varepsilon = -\left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{g}{l} \varphi - \frac{m}{M} \omega^2 \varphi.$$

Bude-li ω pro malé kmity malé, potom lze člen obsahující úhlovou rychlost zanedbat. Výsledná rovnice je pak formálně shodná s pohybovou rovnicí harmonického oscilátoru. Řešení této rovnice splňují podmínku, že pro malé amplitudy kmitů jsou i malé amplitudy úhlové rychlosti a zanedbání

členu s ω v pohybové rovnici tak bylo oprávněné. Doba kmitu T malých kmitů kyvadla je tedy dána vztahem:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1 + m/M)}}.$$

Doba kmitu tohoto kyvadla je tedy vždy menší než doba kmitu matematického kyvadla zavěšeného na pevném závěsu v inerciální soustavě. Je to způsobeno tím, že se kyvadlo a vozík (tedy i závěs) vždy pohybují proti sobě. Upevníme-li vozíček k zemi, potom $M \rightarrow \infty$, neboť nyní je volně pohyblivým vozíčkem celá země, a dostáváme známý vzorec pro matematické kyvadlo. Je-li $m \gg M$, potom je doba kmitu kyvadla podstatně menší než doba kmitu kyvadla pro případ nepohyblivého vozíčku. To je celkem pochopitelné, neboť v tomto případě kyvadlo v inerciálním systému téměř stojí (neuvažujeme-li rovnoměrný přímočarý pohyb hmotného středu soustavy kyvadlo-vozíček) a kolem něho kmitá vozíček. Protože je hmotnost vozíčku M podstatně menší než hmotnost kyvadla m , stačí velmi malá změna potenciální energie kyvadla k velmi rychlému pohybu vozíčku.

Tento problém lze řešit dvěma postupy. Jedním postupem jsou pohybové rovnice a druhým zákony zachování (hybnosti ve vodorovném směru a energie). V obou případech se využije, že pro malé kmity se matematické kyvadlo na vozíčku chová jako harmonický oscilátor. V případě, že pohyb kyvadla neřešíme v soustavě spojené s vozíčkem ale ve vnější inerciální soustavě, pak je nutné započítat vliv pohybu vozíčku (závěsu kyvadla) na dobu kmitu kyvadla, na což mnozí řešitelé zapoměli.

Karel Kolář

Úloha II. 3 ... **cowboy** (3 body, řešilo 60 studentů)

Oblíbenou zábavou jednoho fyzikálně nadaného cowboye je střílení z pistole do plechovek. Jednou mu někdo do plechovek nasypal písek. Vystřelená kulka, jak cowboy později zjistil, v písku uvízla. Měla mosazné jádro s olověným pláštěm, který se v písku celý roztavil. Co s toho vyplývá o hmotnosti písku v plechovce, když kulka letěla rychlostí 440 m/s, má hmotnost 10 g a hmotnostní podíl olova a mosazi je 1 : 1?

Srážku náboje s plechovkou písku můžeme charakterizovat jako dokonale nepružnou, protože náboj v písku uvízne. Ze zákona zachování hybnosti můžeme určit výslednou rychlost po srážce:

$$2mv_0 = (M + 2m)v_1 \quad (1)$$

kde m je hmotnost olova a hmotnost mosazi ($2m$ je tedy hmotnost celé kulky, tj. 10 g), M je hmotnost plechovky s pískem, $v_0 = 440$ m/s je rychlost kulky před srážkou a konečně v_1 je výsledná rychlost.

Podívejme se nyní na energetickou bilanci srážky. Kinetická energie E_0 vystřelené kulky se rozdělí na kinetickou energii soustavy E_1 po srážce, teplo dodané kulce Q a další energii E_2 .

$$E_0 = mv_0^2 \quad E_1 = \frac{1}{2}(M + 2m)v_1^2 \quad (2)$$

Energetická bilance srážky je

$$E_0 = E_1 + Q + E_2 \quad (3)$$

Z rovnic (1) a (2) dosadíme do (3).

$$mv_0^2 = \frac{2m^2v_0^2}{M + 2m} + Q + E_2$$

$$\frac{Mm}{M + 2m}v_0^2 = Q + E_2 \quad (4)$$

Pokud nám stačí jen hrubý odhad hmotnosti, můžeme E_2 vypustit z našich úvah, čímž se vzdáváme určení např. odebrání tepla pískem a energie nutné k proděravění plechovky.

Uvažujme nyní stav krátce po uvíznutí střely. Teplota v kulce je přibližně vyrovnaná a je rovna teplotě tání olova. Olověná část kulky je roztavená. Teplo, které musela kulka přijmout, je rovno:

$$Q_m = m(c_{Pb} + c_m)\Delta T + ml_t$$

Aby olovo roztálo, musí být dodané teplo alespoň tak velké, jako Q_m . Ze vztahu (4) dostáváme výsledný vztah pro hmotnost písku (hmotnost plechovky v porovnání s pískem zanedbáme):

$$M > \frac{2mQ_m}{mv_0^2 - Q_m}$$

Potřebné materiálové konstanty:

$$c_{Pb} = 129 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

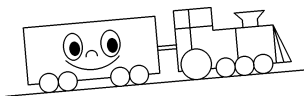
$$c_m = 389 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

$$l_t = 23 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Zbývá nám už jen odhadnout ΔT — teplota tání olova je 328°C . Když uvažíme teplotu střely před vniknutím do plechovky 20°C (zanedbáme zahřátí kulky v hlavní zbraně a zahřívání/chlazení kulky vzduchem), vyjde nám minimální hmotnost písku 165 g . Pro jiné vstupní teploty námi spočtená hmotnost výrazně kolísá — pro vyšší vstupní teploty hmotnost výrazně klesá. Nižší teploty snad projektil mít nebude, a proto můžeme označit tuto hmotnost na dostatečnou.

Slavomír Nemšák

Úloha II.4 ... vláček motoráček (4 body, řešilo 84 studentů)



Obr. 1

Železničáři v Lipce mají dlouhou chvíli a hrají si s vagóny. Mají k dispozici strašně dlouhý kopec na Kubovu Huť se sklonem 2% (na 100 m délky stoupne o 2 m). Předpokládejme, že kopec se najednou zvedá z roviny. Roztlačí-li dlouhou soupravu vagónků na rychlost 5 m/s, souprava vyjede částečně na kopec (nevyjede tam celá) a zase sjede dolů. Určete čas, po který bude alespoň jedním kolem na kopci. Celková délka soupravy je 120 m.

Na vlak působí tíhová síla, ale zpomalení způsobuje jenom tečná složka tíhové síly působící na část vlaku, která je na kopci. Když uvažujeme, že vlak je homogenní, potom pro část vlaku délky x označíme

$$m' = \frac{x}{l}m,$$

kde l je délka vlaku a m jeho hmotnost. Tedy síla působící na vlak, který vyjel do vzdálenosti x na kopci, je

$$F = m'g \sin \alpha = \frac{x}{l}mg \sin \alpha$$

Když se teď podíváme na vzorec, vidíme, že síla je přímo úměrná výchylce a působí v opačném směru. To značí, že pohyb je harmonický s koeficientem $k = mg \sin \alpha / l$ a periodou

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin \alpha}}.$$

V našem případě však nastane jenom půlka kmitu. Tedy výsledný čas je

$$t = \frac{T}{2} = 77,7 \doteq 78 \text{ s}$$

(za $\sin \alpha$ jsme dosadili 0,02).

Takto bychom dostali výsledný čas kdyby vlak vyjel na kopec jenom částečně. To se pokusíme ověřit ze ZZE.

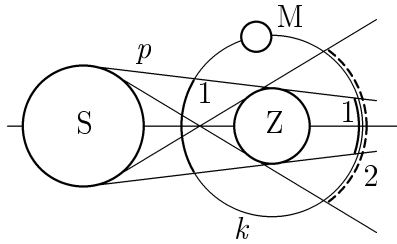
$$\frac{E_p}{m} = g \frac{l}{2} \sin \alpha = 11,72 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2},$$

tedy kinetická energie $E_k/m = v^2/2 = 12,5 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ je o málo větší, proto vlak vyjede na kopec celý. Kdybychom chtěli náš postup výpočtu opravit, tak bychom museli do okamžiku $x = l$ uvažovat harmonický pohyb, poté by však pokračoval pohyb rovnoměrně zpomalený až do bodu, kdy je rychlost nulová. Pak by vlak sjel přesně stejně zpátky. Výsledný čas je přibližně 77,9 s, což je přibližně také 78 s.

Miroslav Kladiiva

Úloha II. P ... takové malé zatmění (4 body, řešilo 64 studentů)

Vezmeme-li astronomické ročenky za posledních 100 let, zjistíme, že slunečních zatmění je přibližně 1,5 krát více než zatmění měsíčních. Zkuste přijít na to, proč je tomu tak.



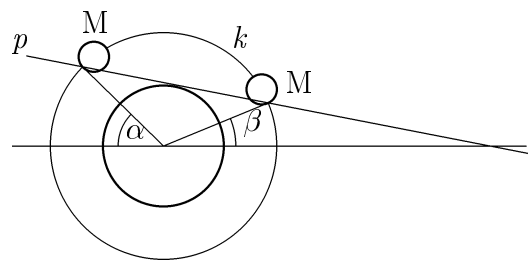
Obr. 2

Na to, aby mohlo nastat úplné zatmění Slunce nebo Měsíce, musí být Slunce, Země a Měsíc téměř v jedné přímce. To, o kolik se bude spojnice Slunce-Země-Měsíc lišit od přímky, nám dává typ zatmění. Jestli je opravdu velice podobná přímce, nastane úplné zatmění, při větších odchylkách budeme pozorovat zatmění částečné. Všimněte si na obrázku 2 míst označených 1. Jestliže se nachází celý Měsíc v těchto oblastech, nastane úplné zatmění. Když se v nich nachází jenom částečně, potom budeme pozorovat zatmění částečné (*samozřejmě jenom když nebude zamračená obloha*). Existuje

i druh zatmění, které hvězdáři nazývají polostínové (na obr. 2 je to oblast 2, ale ne 1). Na rozdíl od předcházejících dvou, která můžeme vidět jak u Slunce tak u Měsíce, tenhle typ je viditelný pouze u Měsíce. Je ale tak slabé, že jej pouhým okem nelze spatřit a není ani v astronomických ročenkách.

Předpokládejme, že Měsíc obíhá kolem Země po kruhové dráze, stejně tak i Země kolem Slunce. To nám zabezpečí konstantní úhlovou rychlost Měsíce na své orbitě. Nebudeme přesně počítat, kolik zatmění nastane pro jednotlivé roky, to bychom nemohli nic zanedbat, jinak by výsledek vůbec neodpovídal skutečnosti. Určíme jenom relativní četnosti částečných a úplných slunečních a měsíčních zatmění.

Podle předpokladu obíhá Měsíc kolem Země rovnoměrně. Potom je poměr roven poměru úhlů $\alpha + \varepsilon$ a $\beta + \varepsilon$, kde ε je úhel, pod nímž vidíme poloměr měsíce ($\varepsilon = 0,26^\circ$). Pozor: Úhly α , β nejsou úhly v rovině, ve které obíhá Měsíc a Slunce (zdánlivě) kolem Země. (Tyto dráhy svírají úhel kolem 5 stupňů, ale jejich úhel položíme roven nule. Kdyby byl skutečně nula, tak by nastávalo každý měsíc zatmění jak Slunce tak Měsíce). Ve skutečnosti jsou to úhly udávající poloměr oblasti na obloze (kolmé k oběžné dráze), ve které se musí nacházet Měsíc, aby došlo k zatmění. Je třeba si uvědomit, že kdyby Měsíc nebo Země měli tvar jiný než koule, tak tyto vztahy neplatí.



Obr. 3

Nejsnáze tyto úhly zjistíme tak, že najdeme x -ovou souřadnici průniku oběžné dráhy Měsíce k a dráhy hraničního paprsku p – viz obr. 2 a 3. Zavedeme soustavu souřadnou s počátkem ve středu Země, osou x určenou spojnicí středů Země a Slunce a osou y na ni kolmou. Oběžná dráha Měsíce má v této soustavě rovnici:

$$r_M^2 = x^2 + y^2,$$

přímka k má rovnici

$$y = \frac{-R_S - R_Z}{r_Z} x + R_Z$$

(určíme ji z obecné rovnice přímky $y = ax + b$ a dvou známých bodů $[0, R_Z]$ a $[r_Z, R_S]$). Po dosazení za y do rovnice kružnice dostaneme kvadratickou rovnici pro hledaná x :

$$\left(1 + \left(\frac{R_Z + R_S}{r_Z}\right)^2\right) x^2 - 2R_Z \frac{R_Z + R_S}{r_Z} x + R_Z^2 - r_M^2 = 0.$$

Po jejím vyřešení dostáváme dva kořeny $x_1 \doteq 383\,972$ km a $x_2 \doteq -383\,921$ km, tedy $\alpha = \arccos \frac{x_1}{r_M}$ a $\beta = \arccos \frac{x_2}{r_M}$. Po dosazení dostaneme $\alpha = 0,69^\circ$ a $\beta = 1,16^\circ$. Pro poměr četnosti zatmění dostáváme $\sigma \doteq 1,5$. Nutno dotat, že tento výsledek je spíše odhadem — zanedbali jsme elipticitu dráhy Měsíce a námi použitý postup značně závisí na vstupních hodnotách (zkuste si úlohu vyřešit s mírně pozměněnými hodnotami — dostanete výsledek lišící se na řádu setin až desetin).

Pro ověření výsledku jsme si našli stránku <http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/eclipse.html> ze které jsou následující výsledky. Za posledních sto let nastalo 228 slunečních a 230 měsíčních zatmění, z nichž bylo 81 polostínových. Z toho vychází $\sigma = 1,53$. Jestliže vezmeme v potaz zatmění spočítané od roku -1999 do roku 3000, potom podle tabulek nastalo nebo nastane 11 897 slunečních zatmění a 8681 měsíčních nepolostínových. To nám dává $\sigma = 1,37$. Vidíme tedy, že ve skutečnosti toto číslo je o menší než 1,5, ale ve dvacátém století jsme měli štěstí a viděli jsme více slunečních zatmění než obvykle.

Pozn: Pro vyčíslení jsme použili následující hodnoty: $R_Z = 6\,378$ km, $R_M = 1\,738$ km, $r_Z = 149\,600\,000$ km, $r_M = 384\,000$ km a $R_S = 696\,000$ km.

Pavol Habuda & Jan Prokleška

Úloha II. Exp ... sloupec cukru (8 bodů, řešilo 56 studentů)

Jistě víte, že když ponořujete kostkový cukr do čaje, voda do kostky vzlíná. Je na vás, abyste vymysleli vhodnou aparaturu a proměřili do jaké výšky kapalina vystoupí, máte-li hodně vysoký sloupec kostek cukru (pokud budete mít chuť, tak třeba i závislost výšky na čase). Navrhněte nějaký fyzikální model. Ve vodě se ale cukr rozpouští, takže se záhy rozpadne. Použijte tedy raději benzín, líh či jinou kapalinu, ve které se cukr nerozpouští.

Teorie

V této experimentální úloze šlo hlavně o to, abyste si zkusili proměřit vzlínání kapaliny do porézní látky.

Kostka cukru je slisována z velmi malých krystalků, mezi kterými jsou ovšem ještě mezírky. Můžeme se o tom jednoduše přesvědčit. Změříme-li průměrnou hustotu kostky cukru, vyjde asi $1020 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, kdežto tabulková hodnota hustoty sacharosy je $1580 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. V kostce cukru je tedy asi 35% (objemových) vzduchu.

Zkusíme nyní odhadnout, jak velké jsou krystalky, ze kterých je kostka slisována. Na 1 cm dlouhé hraně jsme napočítali asi třicet krystalků. Uvážíme-li vzduchové mezírky mezi nimi, je průměrný rozměr krystalku 0,2 mm a mezírky 0,1 mm.

Nyní můžeme řádově odhadnout, jak vysoko do sloupečku cukru se kapalina dostane. Výška výstupu h bude právě taková, aby se kapilární tlak vyrovnal s hydrostatickým, nebo-li

$$h\rho_k g = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

kde ρ_k je hustota kapaliny a σ její povrchové napětí (pro líh je $\rho_k = 790 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a $\sigma = 22 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$), r_1 a r_2 jsou poloměry zakřivení hladiny kapaliny v mezírkách. Odhadneme, že $r_1 = r_2 = r$ a to se rovná asi dvěma třetinám rozměru mezírky. Po dosazení vychází $h = 8$ cm, což je, jak později uvidíme, vcelku dobrý odhad.

Nyní se pokusíme popsat průběh vzlínání. Na sloupec kapaliny v kostce cukru působí tíha: $F_G = \alpha\rho_k g x S$, kde x je výška kapalinového sloupce, S obsah podstavy cukru a α objemový podíl kapaliny v cukru.

Dále působí síla kapilární: $F_k = \alpha S (2\sigma/r)$.

A ještě Newtonova síla, která díky viskozitě (míře vnitřního tření) kapaliny brání jejímu pohybu vzhůru:

$$F_n = \eta \frac{\Delta v}{\Delta r} S^*$$

kde η je dynamická viskozita kapaliny (pro líc $\eta = 1, 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$), $\Delta v / \Delta r$ je rozdíl rychlosti na kraji a uprostřed mezírky dělený poloměrem mezírky, odhadneme ho jako $(2/r)(dx/dt)$ a S^* je plocha styku kapaliny s cukrem $S^* = lx$, kde $l = 8rnS$ je délka styku cukru, vzduchu a kapaliny (n je počet mezírek ve čtverečním metru, odhadněme $n = 1000 \text{ cm}^{-2}$).

Tyto síly způsobují změnu hybnosti kapaliny za čas. Dostáváme tedy pohybovou rovnici ve tvaru

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} \frac{dm}{dt} = F_k - F_G - F_n$$

Po dosazení a úpravě

$$\alpha \rho \left[\frac{d^2 x}{dt^2} x + \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right] = \alpha \frac{2\sigma}{r} - \alpha \rho_k g x - 16\eta n x \frac{dx}{dt}$$

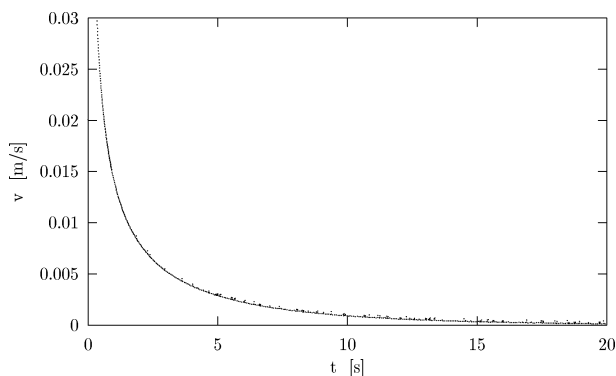
Takovou složitou diferenciální rovnici bychom exaktně těžko řešili, ale s pomocí programu *Famulus* to není problém. Na grafech (4 a 5) vidíte závislosti výšky a rychlosti stoupání na čase.

Teorie je tedy poněkud komplikovaná, musíme hodně věcí zanedbat a odhadnout, ale jak uvidíme, opravdu přibližně popisuje danou situaci. Ač v zadání bylo řečeno, že máte navrhnout nějaký fyzikální model vztlínání, pokusilo se o to jen pět řešitelů (poznáte je z výsledkové listiny, mají sedm a více bodů). Ostatní se spokojili s konstatováním, že za všechno může kapilarita nebo se teorií nezabývali vůbec, za což ovšem mnoho bodů nezískali.

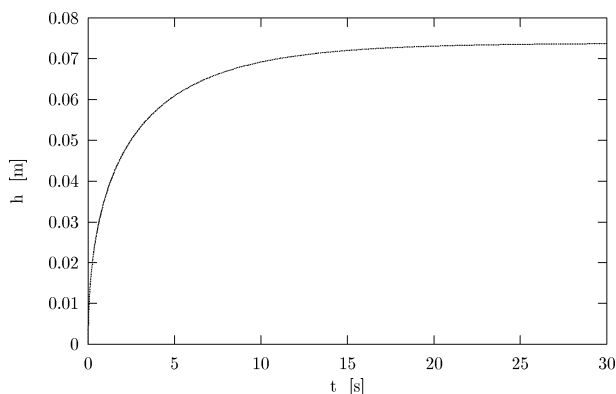
Měření

Konečně se dostáváme k samotné realizaci pokusu. Nejvíce z vás použilo jako kapalinu technický líc, ani my tedy neuděláme jinak. Dále budeme potřebovat kostkový cukr (konkrétně kilogramové balení z cukrovaru Hrochův Týnec, velikost jedné kostky je $1,1 \times 1,8 \times 2,2 \text{ cm}$), misky, milimetrové měřítko, gumičky na zpevnění sloupečků cukru, stopky, hodí se vhodné barvivo (např. inkoust), neboť čirý líc se v bílém cukru špatně rozezná.

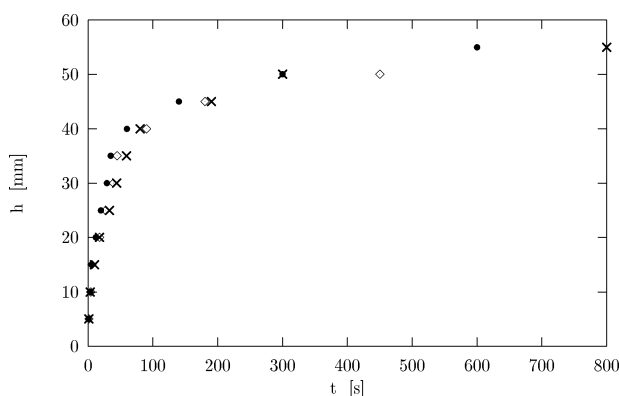
Do misky postavíme sloupeček cukru stažený gumičkou, připevníme k němu milimetrové měřítko, přičemž se snažíme, aby jednotlivé kostky na sebe co nejlépe doléhaly. Do misky nalijeme líc a v okamžiku, kdy se dotkne spodní kostky, spustíme stopky a zapisujeme hodnoty. My jsme měření provedli třikrát, přičemž jsme kostky stavěli na různé podstavy. Jak to všechno dopadlo můžete vidět v tabulkách a v grafu na obr. 6.



Obr. 4. Závislost rychlosti stoupání na čase



Obr. 5. Teoretická závislost výšky na čase



Obr. 6. Naměřené hodnoty: plné kolečko — kostky na nejmenší stěně, čtvereček — kostky na střední stěně, křížek — kostky na největší stěně

1) Kostky ležely na nejmenší stěně

h(mm)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
t(s)	0,7	3	5	12	20	29	35	60	140	300	600

2) Kostky ležely na prostřední stěně

h(mm)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
t(s)	1	4	6	18	27	39	45	90	180	450

3) Kostky ležely na největší stěně

h(mm)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
t(s)	1	3	10	18	33	44	59	80	190	300	800

Po asi dvou hodinách vypadal stav takto: V případě jedna byla výška 6,6 cm, do čtvrté kostky se už kapalina nedostala. V případě dva se kapalina zastavila už v páté kostce, maximální výška 5,9 cm. Ve třetím sloupečku kapalina vyšplhala do výše 6,3 cm. Je tedy vidět, že maximální dosažená výška výstupu nezávisí na ploše podstavy, což potvrzuje teorii. Naopak rychlost výstupu na ploše podstavy závisí, to se dá ovšem vysvětlit tím, že když kostky stojí na širší podstavě, musí kapalina překonat více předělů mezi jednotlivými kostkami. Každý předěl kapalinu hodně zpomalí. Kdybychom měli jednolitý sloupec cukru, tento nedostatek by nevznikal.

Zhodnocení

O chybách měření řekneme jen to, že nejnepřesnější bylo určování výšky, neboť kapalina byla v různých částech kostky různě vysoko. Nějaké statistické chyby měření zde nemá příliš velký smysl počítat, neboť jsme na to provedli málo měření. Provádět desítky měření také nemá smysl, neboť s jiným cukrem či jinou kapalinou by vycházely výsledky odlišné.

Nyní ještě srovnání teorie s praxí: Vidíme, že výšku výstupu 8 cm jsme předpověděli hodně přesně. Křivka závislosti h na t také zhruba odpovídá. Ta teoretická má sice asymptotu níže než je naměřená hodnota, ale vzhledem k tomu, že jsme hodně zanedbávali a neuvažovali předěly mezi kostkami, je to výsledek dobrý.

Někteří z vás potvrdili i jiná teoreticky předpovězená fakta. Zkoušeli jste například měřit pro více druhů kapalin a skutečně vám vycházelo, že kapalina s menším povrchovým napětím či větší hustotou vystoupá níže. Jeden řešitel dokonce měřil s různě jemnými cukry a vyšlo mu, že v jemnějším cukru je h větší.

Závěrem trocha statistiky, spočítali jsme průměr a statistickou chybu maximálních výšek výstupu, které naměřili řešitelé, kteří získali alespoň 3 body, a zde je výsledek: $h_{\text{prům}} = 6,2$ cm a $\Delta h = 0,3$ cm.

Lenka Zdeborová

Úloha S. II ... vodivost polovodičů (5 bodů, řešilo 23 studentů)

1. Kolik elektronů je ve vodivostním pásu ($E \geq 0$) nepříměšového polovodiče se šířkou zakázaného pásu 0,6 eV?
2. V příkladu byla ilustrována závislost vodivosti polovodiče s donorovou příměsí na teplotě. Jak se bude chovat polovodič s akceptorovou příměsí?
3. Je-li v čase $t = 0$ excitováno $n_e(0)$ elektronů do vodivostního pásu, bude jejich počet klesat exponenciálně, konkrétně bude platit $n_e(t) = n_e(0) \exp(-t/\tau_e)$. Když budeme excitovat od okamžiku $t = 0$ za jednotku času c_e elektronů, tvrdili jsme, že se počet elektronů ve vodivostním pásu změní o hodnotu $c_e \tau_e$ (viz vztah 1 v druhém díle seriálu). Na vás je, abyste tento vztah dokázali.

1. Fermi-Diracovo rozdělení

Původním smyslem úlohy bylo ukázat platnost vztahu z prvního dílu seriálu, a to, že počet elektronů ve vodivostním pásu je úměrný $\exp(E_g/kT)$, případně dopočítat konstantu úměrnosti. Toto řešení je ovšem možné pouze za užití integrálního počtu. Proto jsme body udělili, pokud řešitel přišel na to, že se musí cosi integrovat nebo sčítat. Zádrhel je právě v tom, že Fermi-Diracovo rozdělení udává počet elektronů s energií právě E , to znamená, že musíme pro získání počtu elektronů s energií větší než je energie dna vodivostního pásu sčítat přes všechny energie

větší než nula. Počet všech elektronů v polovodiči nechť je n_0 a počet elektronů s energií větší než E_L nechť je $n(E_L)$. Potom můžeme psát

$$n(E_L) = \frac{n_0}{N} \sum_{E=E_L}^{\infty} f_{FD}(E) ,$$

kde sčítáme přes všechny energetické hladiny (jsou kvazispojité). N je normovací konstanta. Je zřejmé, že pro E_L rovno nejnižší energii elektronů v polovodiči započteme do sumy všechny elektrony proto $n(E_L) = n_0$. Významem a velikostí normovací konstanty se nebudeme zabývat, pro její přesné určení bychom museli užít kvantovou mechaniku. Sice bychom správně měli určit, kde leží Fermiho hladina, v pozdější integraci se stejně její posuv neprojeví, proto položíme E_F rovno 0. Sumu v předchozím vztahu nahradíme integrálem, protože energetické hladiny jsou kvazispojité a tudíž dostatečně husté. Potřebujeme spočítat

$$n = \frac{n_0}{N} \int_{\frac{E_g}{2}}^{\infty} \frac{dE}{\exp[(E - E_g/2)/kT] + 1}$$

Výpočet tohoto integrálu dává přibližně $(2kTn_0/N) \exp(E_g/kT)$, pokud ovšem jednička ve jmenovateli není oproti exponenciále zanedbatelná. Před exponenciálou je sice lineární člen v T , termodynamická teplota je ale obsažena i v normovací konstantě, proto výsledek bude záviset na E_g a T tak, jak bylo popsáno v prvním dílu seriálu. Podívejme se na trochu jednodušší případ, kdy $E_g/2 > kT$, ze kterého vyplyne podstatné omezení exponenciálního vztahu. Potom můžeme jedničku ve jmenovateli zanedbat a integrujeme funkci $\exp[-(E - E_g/2)/kT]$, takže nakonec pro nízké teploty dostaneme $(kTn_0/N) \exp(E_g/2kT)$. Zde vidíme i meze, kdy přibližný vztah platí — pouze pro vysoké teploty.

2. Akceptorová příměs

Na začátek bychom se chtěli omluvit za dvě chyby, které mohly vést k nepochopení úlohy. V textu ilustrativního příkladu v druhém dílu seriálu bylo uvedeno, že se jedná o polovodič typu p , pochopitelně donor je typu n . Potom v popisce grafu je u měrného elektrického odporu ρ uvedena špatně jednotka $\Omega \cdot \text{cm}$, má být $\Omega \cdot \text{cm}^{-1}$.

V textu byla řeč o vodivosti, kterou jsme zaváděli v prvním dílu seriálu. Ta je nepřímo úměrná měrnému odporu. Ještě je nutné uvědomit si, že graf měl na ose x veličinu $1/T$ a na ose y v logaritmickém měřítku měrný odpor. Logaritmické měřítko je výhodné v tom, že exponenciály jsou v grafu přímky. Proto při vysokých i nízkých teplotách je v grafu úsečka, platí tedy exponenciální vztahy pro počet elektronů ve vodivostním pásu.

Jak tedy vypadá graf pro akceptory? Průběh bude podobný, nikoliv však stejný. Nejdříve se na vodivosti podílejí díry vzniklé přechodem elektronů z valenčního pásu na hladinu příměsi — děrová vodivost. Po nasycení koncentrace děr vodivost klesá díky srážkám děr s tepelnými kmity mříže (jsou to kvazičástice, mohou interagovat s jinými kvazičásticemi i částicemi a tím se brzdit). Po dalším zvýšení teploty se excitují elektrony do vodivostního pásu a vznikají další díry. Potom vedou díry i elektrony. Uváděli jsme vztah pro vodivost polovodiče — je součtem elektronové a děrové vodivosti, ve kterých vystupuje počet nosičů náboje a jejich pohyblivost. Pohyblivost elektronů a děr není stejná a závisí na teplotě — díky tomu se grafy pro akceptor a donor budou lišit.

3. Fotoexcitace

Předpokládejme, že vztah platí a ukažme, že po určitém časovém okamžiku se počet elektronů nezmění. Za čas Δt ubyde $c_e \tau_e [1 - \exp(-\Delta t/\tau_e)]$ elektronů a excituje se $c_e \Delta t$ elektronů. Potom jistě musí platit rovnice

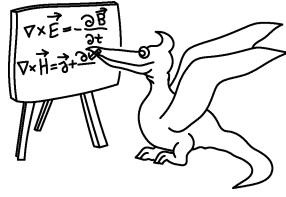
$$1 - \exp \frac{-\Delta t}{\tau_e} = \frac{\Delta t}{\tau_e} .$$

Platnost této rovnice chceme dokázat pro $\Delta t \rightarrow 0$. Matematicky zapsáno

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x} = 1 ,$$

což je snadné cvičení. Ti, kteří limitu neumějí ještě spočítat, mohou platnost ověřit na kalkulačce. Skutečně při zmenšování x např. na 10^{-6} dostaneme kýžený výsledek.

Tomáš Ostatnický



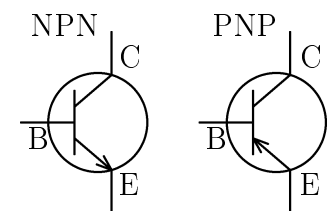
Seriál na pokračování

V minulém dílu jsme poměrně podrobně rozebrali funkci polovodičové diody. Nyní se budeme zabývat tranzistory — elektronickými prvky, jejichž objevení znamenalo snad největší zvrat v historii elektroniky. Objev tranzistoru se uskutečnil v roce 1948 a zasloužili se o něj Američané J. Bardeen, W. H. Brattain a W. Shockley. Jejich bipolární tranzistor byl vytvořen z velkého krystalu germania a dvou hrotů, které tvořily přechody P-N a N-P (germanium bylo N). Tak byl vytvořen elektronický prvek, který zesiloval napětí nebo proud s poměrně vysokou účinností (za objev byla udělena Nobelova cena). Do té doby byly pro zesilování napětí používány elektronky, které musely být navíc žhavené a byly velké a složité pro výrobu. Tranzistor po zavedení do průmyslové výroby výrazně zjednodušil a zlevnil obvody a v současné době překonal elektronky ve všech směrech (elektronky byly ještě dlouho užívány pro zesilování vysokých výkonů). V ěře germania navíc byl omezen teplotní rozsah použitelnosti polovodičových součástek, při teplotě 40°C tranzistory přestaly zesilovat, diody usměrňovat. Dnes používáme krystalický křemík a pro extrémní podmínky, např. do družic, se používají i jiné materiály nebo formy křemíku. Pak se horní mez použitelnosti takových součástek pohybuje až kolem 200°C .

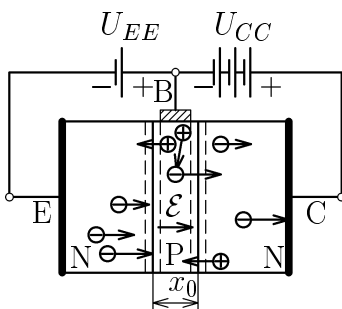
Tranzistory se podle principu funkce dělí do dvou skupin: na unipolární a bipolární. Asi nejnámější jsou bipolární, první tranzistor byl právě tohoto druhu. Unipolární tranzistory jsou takzvané tranzistory řízené polem, kde se řídí procházející proud elektrickým polem (napětím), kdežto proud bipolárním tranzistorem se řídí opět proudem.

Bipolární tranzistor

Bipolární tranzistor je tvořen třemi vrstvami polovodiče po řadě N-P-N, nebo P-N-P. Podle toho rozpoznáváme tranzistory NPN a PNP. Liší se schematickou značkou (viz obr. 7) a polaritou, ve které se zapojují. Tranzistory NPN se otevírají kladným proudem do báze (polovodič P — prostřední vrstva), kdežto tranzistory PNP se otevírají záporným proudem do báze (polovodič N). Nadále se budeme zabývat tranzistory NPN, protože se používají nejčastěji (jsou levnější). Tranzistory PNP se chovají analogicky — laskavý čtenář si jistě dokáže rozbor jejich funkce provést sám.



Obr. 7



Obr. 8

Uvažujme nejprve zapojení se společnou bází (obr. 8). Na přechodu emitor-báze je v propustném směru připojeno napětí V_{EE} , mezi bází a kolektorem v závěrném směru napětí V_{CC} . Z emitoru tedy poměrně snadno elektrony přecházejí do báze. V bázi samozřejmě rekombinují s dírami, které se tvoří u kontaktu s vodičem ke zdroji napětí. Rekombinace ovšem není okamžitá. Elektron má svoji hybnost a pravděpodobnost menší než jedna, že se potká za časovou jednotku s dírou. Pokud bychom sledovali opakovaně jeden elektron prošlý přes polovodičový přechod, rekombinoval by vždy v jiném časovém okamžiku (díky náhodnosti setkání s dírou). Časová závislost pravděpodobnosti výskytu nerekombinovaného elektronu

v čase $(t; t + \delta t)$ (δt pevné) je vyjádřena exponenciálně $p(t) = e^{-t/\tau}$, kde τ je konstanta, kterou lze nazvat rekombinační doba (vyjadřuje čas, za který klesne pravděpodobnost nalezení nerekombinovaného elektronu na $1/e$). Uvážíme-li hybnost elektronu a tím i jeho rychlost, se kterou

se pohybuje a je až do rekombinace konstantní, můžeme psát vztah pro střední počet nerekombinovaných elektronů v závislosti na vzdálenosti od přechodu (počáteční počet pro $x = 0$ je N_{e0})

$$N_e(x) = N_{e0} \exp \left[-\frac{x}{L_n} \right],$$

kde L_n je difusní délka pro elektrony, neboť platí $x = vt$ a $L_n = v\tau$, pak stačí dosadit do vztahu pro časovou závislost pravděpodobnosti. My jsme do rovnice nezapočítali skutečnost, že všechny elektrony nemají stejnou velikost počáteční rychlosti a ani stejný směr. Spokojme se s tím, že všechny tyto korekce lze s poměrně velkou přesností zahrnout do konstanty L_n .

Přes přechod s emitorem proudí do báze velké množství elektronů, v důsledku čehož je jejich koncentrace blízko přechodu větší než u přechodu báze-kolektor. Zvýšení koncentrace má za následek mírné snížení proudu emitoru, ale mnohem významnější je vytvoření urychlujícího pole \mathcal{E} pro elektrony ve vrstvě báze směrem ke kolektoru.

Tloušťka polovodičové vrstvy báze x_0 je volena tak, aby pokles počtu elektronů při difuzi přes vrstvu báze byl 1% – 0,1%*). Nerekombinované elektrony jsou navíc urychleny v poli báze polem přechodu báze-kolektor, protože přechod je pólován v závěrném směru vzhledem k majoritním nosičům, což jsou díry. Tímto způsobem se elektrony dostanou do kolektoru a přispívají ke kolektorovému proudu. Podíváme-li se na bilanci, kolik elektronů proteče jednotlivými vývody tranzistoru, zjistíme, že pouze zlomek elektronů teče bází (to jsou elektrony, které tvoří v polovodiči díry rekombinující s elektrony z emitoru) a většina z elektronů z emitoru proteče až do kolektoru.

Každý se jistě podiví, proč tranzistor nepracuje symetricky — tj. po prohození emitoru s kolektorem. Je to způsobeno nesymetrickou konstrukcí. Přechod kolektor-báze je plochou větší než přechod emitor-báze. Navíc emitor je více dotován než kolektor (je v něm více volných nosičů náboje).

Podle popisu funkce tranzistoru v zapojení se společnou bází můžeme psát rovnici pro proud kolektoru

$$I_C = \alpha I_E + I_{C_0},$$

kde I_E je proud emitoru (řídí zesílení) a I_{C_0} je zbytkový proud kolektoru odpovídající přibližně závěrnému proudu přechodu báze-kolektor. Velikost koeficientu α je vždy v intervalu $(0; 1)$, proto v tomto zapojení není možné zesilovat proud. Zapojení se společnou bází se ale používá pro zesilování napětí. Zesílení se řídí proudem emitoru, který je vždy větší než proud kolektoru, proto není možné řídit příliš velké výkony.

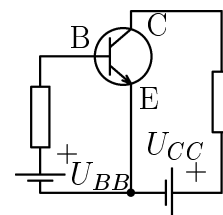
Pro proudové zesílení se tranzistor zapojuje se společným emitorem (obr. 9). Protože musí platit $I_E = I_B + I_C$, po dosazení vztahu pro kolektorový proud dostáváme

$$I_E(1 - \alpha) = I_B + I_{C_0}.$$

Sice zapojení zdrojů se liší od zapojení se společnou bází, směr elektrického proudu uvnitř polovodičových vrstev je stejný, proto můžeme psát stejný vztah pro kolektorový proud. Jednoduše opět dosazením do rovnice pro kolektorový proud dostaneme konečný vztah

$$I_C = \beta I_B + I'_{C_0},$$

kde $\beta = \alpha/(1 - \alpha)$ a zbytkový proud $I'_{C_0} = I_{C_0}/(1 - \alpha) = (\beta + 1)I_{C_0}$. Vidíme, že pro $\alpha > 0,5$ dostáváme kladné proudové zesílení. Nevýhoda je ale zřejmá: čím větší je α , tím větší je i β , ale i zbytkový proud.



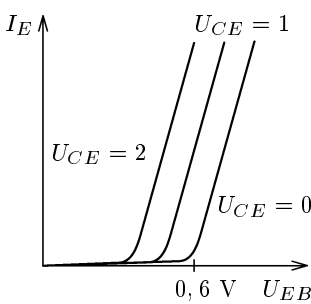
Obr. 9

*) Zde je vidět, proč nelze tranzistor vyrobit prostým vytvořením dvou PN přechodů. Např. spojením dvou diod katodou k sobě dostaneme kýženou kombinaci, ovšem takový obvod zesilovat nebude. Klademe totiž požadavek na velmi malou tloušťku x_0

V dalším textu se objeví symboly U_{CB} , U_{BE} a U_{CE} , které postupně označují napětí mezi kolektorem a bází, bází a emitorem, kolektorem a emitorem.

Tím máme osvětlené základní principy funkce bipolárního tranzistoru a nyní se podívejme, jak se chová reálná součástka. Ke zkoumání slouží takzvané charakteristiky. V minulém dílu jsme tento termín již použili pro charakteristiku diody, ta má ale pouze dva vývody, proto na ní můžeme měřit pouze závislost proudu na napětí. V případě součástky s více vývody se mohou zjišťovat závislosti různých proudů na jiných prouděch, napětích, taktéž závislosti napětí na prouděch a napětích. Proto budeme uvažovat obecnou součástku se čtyřmi vývody, která má dva vstupní a dva výstupní. Součástku nazýváme dvojbran. Potom můžeme měřit celkem čtyři veličiny — vstupní a výstupní proud a napětí (proud je značen i , napětí u , vstup má index 1 a výstup 2). Mezi těmito veličinami existují převodní vztahy, které by se jednoduše daly znázornit ve čtyřrozměrném grafu. Ten se na papír velmi špatně kreslí (kdo nevěří, ať to zkusí), proto se znázorňují charakteristiky v příslušném dvojrozměrném řezu. To ovšem umožní znázornit pouze závislost dvou veličin a těchto dvojic je šest. Samozřejmě zbylé dvě veličiny jsou konstantní, případně jedna je parametr a v grafu je více křivek odpovídajících různým hodnotám parametru. Valný smysl pro tranzistor mají pouze charakteristiky:

- Vstupní, i_1 v závislosti na u_1 , parametr u_2
- Výstupní, i_2 v závislosti na u_2 , parametr i_1
- Převodní, i_2 v závislosti na i_1
- Převodní, u_2 v závislosti na u_1

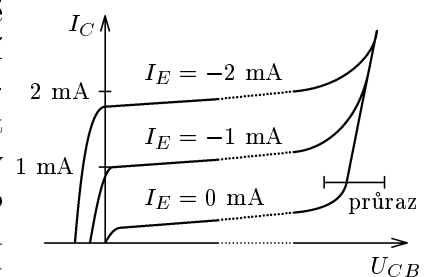


Obr. 10

Tranzistor má tři nožičky, my ale zapojíme společně na dva výstupy dvojbranu buďto bází, nebo emitorem. Tak máme výstupy čtyři a tím i dvojbran. Podívejme se nejprve na vstupní charakteristiku (obr. 10 — křemíkový tranzistor). Zde je jedno, ve kterém zapojení je tranzistor, vždy se projeví tzv. Early efekt. Ten spočívá v tom, že na přechodu báze-kolektor se zvyšuje napětí a díky tomu se zvětší fyzická šířka polovodičového přechodu. Elektron difundující přes bázi se díky tomu rychleji dostane pod vliv urychlujícího pole přechodu a díky tomu se z báze rychleji odčerpávají elektrony tvořící záporný prostorový náboj v oblasti u přechodu emitor-báze. Již bylo zmíněno, že zvýšená koncentrace v tomto prostoru má za následek zvýšení přechodového napětí,

což je právě princip popisovaného efektu.

Výstupní charakteristiky (obr. 11) mají pro elektronické aplikace podstatnější důsledky. Při zapojení se společnou bází je nutné všimnout si, že charakteristika má (pro každou z křivek) lineární část. To je oblast, kde je možné tranzistor použít — pochopitelně se v elektronice snažíme vyhýbat jakémukoliv nelineárnímu chování prvků v obvodu, protože by způsobovalo obtíže. Navíc tato lineární část není rovnoběžná s napěťovou osou — parametr α je tedy funkcí napětí U_{CB} . To je opět důsledek Early efektu. Parametr zesílení α je navíc, což není z grafu patrné, závislý na proudu emitorem. Tato závislost má své maximum, takže tranzistor se nechová zcela ideálně lineárně, pokud budeme zkoumat závislost výstupního napětí na řídicím proudu. Pokud příliš vzroste proud kolektorem, dojde k průrazu — stejně jako u diody dochází k lavinovému průrazu, lokálnímu přehřátí a nevratnému zničení přechodu (oblast průrazu znázorněna v obrázku 11).



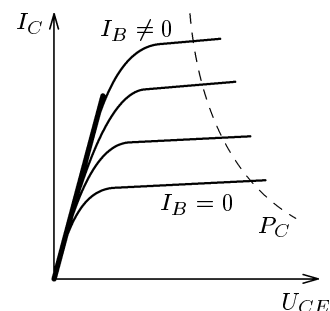
Obr. 11

V zapojení se společným emitorem (obr. 12) si nejprve všimněme čárkované křivky. Ta označuje maximální možný ztrátový výkon tranzistoru. Ten je dán součinem kolektorového proudu a napětí mezi kolektorem a emitorem (tento výkon řídíme proudem báze). Stejně jako v zapojení se společnou bází po překročení tohoto výkonu se prorazí polovodičový přechod a tranzistor můžeme vyhodit. Zvýšit tento výkon je jednoduché. Můžeme buďto zvětšit plochu přechodu, nebo tranzistor chladiť. Využívají se pochopitelně obě možnosti. Obecně pokud chceme regulovat větší

napětí, je třeba zvětšit plochu přechodu, aby nedošlo k lavinovému průrazu přechodu kolektor-báze dříve než u přechodu báze-emitor v důsledku ztrátového výkonu přeměněného v teplo. Pro regulaci větších proudů při povolených napětích uvedených v katalogu stačí součástku chladit.

Zvýrazněná přímka v obr. 12 se nazývá saturační přímka. Využívá se jí ve spínačích, protože poměr spínaného proudu ke spínacímu proudu je největší možný, tudíž řídíme výstupní proud minimálním možným výkonem. Pro spínací účely jsou určeny tzv. spínací tranzistory. Jsou schopné spínat relativně vysoké výkony, fungují ovšem pouze při relativně nízkých frekvencích (řádově kHz).

Existuje mnoho speciálních typů bipolárních tranzistorů, které jsou konstruovány speciálně pro určité účely. Výkonové tranzistory spínají vysoké výkony (poznáte je většinou podle hliníkových chladičů, na kterých jsou přimontovány), vysokofrekvenční tranzistory jsou schopny pracovat při frekvencích v řádu GHz. Díky dobrým vlastnostem křemíku se pro běžné účely tranzistory vyrábějí právě z tohoto polovodiče, protože je možné součástky miniaturizovat a navíc nemají nečinnost germania — své vlastnosti si udržují až do teplot kolem 60°C , takže své moderní rádio můžete poslouchat i na pláži, zatímco stará rádia s germaniovými prvky pomalu vypovídají službu. Velké uplatnění tranzistory spolu s dobrými vlastnostmi křemíku našly v mikroelektronice. Součástky se totiž připravují tzv. litografickou metodou, kdy se postupně na substrát z křemíku (který se případně dopuje) nanášejí další vrstvy a takto po vrstvách se dá vyrobit např. mikroprocesor, CCD prvek, atd. Tloušťka spojů se pohybuje v řádu mikrometrů, což s jiným materiálem není možné dosáhnout (z křemíku se totiž dá vyrobit poměrně velký monokrystal s pravidelnou mřížkou).



Obr. 12

Úloha IV. S ... *Tranzistor PNP*

Proveďte diskusi funkce PNP tranzistoru. Porovnejte s funkcí NPN tranzistoru kvalitativně, ale i kvantitativně. Díra má stejný náboj jako elektron, má však menší pohyblivost. Co se stane, když posvítíme dovnitř tranzistoru (PNP i NPN)?

Naše adresa:

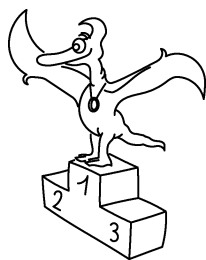
FYKOS

Matematicko-fyzikální fakulta UK — ÚTF

V Holešovičkách 2

180 00 Praha 8

<http://www.mff.cuni.cz/news/fks>



Pořadí řešitelů po II. sérii



Kategorie čtvrtých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	5	6	S2	I	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	5	5	3	4	4	8	5	34	67
1	Jan	Houštěk	septima	G Pelhřimov	5	5	3	5	5	6	4	33	68
2	Pavel	Augustinský	septima B	G Havřířov	5	5	3	3	6	7	3	32	58
3 - 4	Jiří	Chaloupka		G Židlochovice	5	3	3	5	5	—	4	25	49
3 - 4	Juraj	Suchár	4.	G Dubnica n. Váhom	5	5	3	4	5	3	—	25	49
5	Tomáš	Matoušek	VII.C	G Karlovy Vary	5	4	2	4	—	7	—	22	44
6	Karel	Kouřil	sexta B	G Blansko	5	3	3	4	0	4	4	23	43
7 - 8	Milan	Berta	IV.A	G Velké Kapušany	3	2	3	1	5	3	1	18	41
7 - 8	Stanislav	Hugec		G Michalovce	2	5	3	4	1	2	—	17	41
9	Jakub	Kulaviak	sexta B	G Blansko	3	2	3	5	—	3	1	17	38
10	Ondřej	Novák	oktáva	G Liberec	4	—	1	1	4	4	2	16	36
11	Jan	Houfek	septima	G Uh. Hradiště	—	3	2	1	5	5	1	17	34
12	Petr	Schimm	VII.C	G Karlovy Vary	2	—	—	4	1	4	1	12	31
13	Tomáš	Linhart	septima	GOA Sedlčany	5	3	3	5	—	—	—	16	28
14	Jan	Novotný	septima	G Mělník	—	—	—	—	—	—	—	0	21
15 - 16	Andrej	Pavlik	4.D	G Trenčín	—	—	—	1	4	4	—	9	17
15 - 16	Martin	Pieš	4.C	G Košice - Šrobárova	—	—	—	—	—	—	—	0	17
17	Ondřej	Souček	4.	G Jablonec n.N. - U Bal.	—	—	—	—	—	—	—	0	16
18	Tomáš	Páleník	4.A	G Trenčín	—	—	—	1	4	—	—	5	15
19 - 21	Martin	Benčo			—	—	—	—	—	—	—	0	13
19 - 21	Lenka	Knopová	6.M	G Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	0	13
19 - 21	Jiří	Novák		G Ledec nad Sázavou	3	—	3	—	3	—	—	9	13
22 - 24	Jan	Gruber	7.A	G Frenštát p. R.	2	—	1	—	—	—	—	3	12
22 - 24	Marie	Svobodová	septima	G Uh. Hradiště	1	1	2	1	—	—	—	5	12
22 - 24	Martin	Vitikáč	4.B	G Spišská Nová Ves	1	—	2	1	0	—	—	4	12
25 - 27	Petra	Dobroucká			—	—	—	—	—	—	—	0	11
25 - 27	Stanislav	Hampl	septima	GOA Sedlčany	—	—	—	—	—	—	—	0	11
25 - 27	Zbyněk	Šrubař	septima A	G Frenštát p. R.	2	—	3	—	—	—	—	5	11
28	Petr	Nachtigall	septima A	G Frenštát p. R.	1	—	1	—	3	—	—	5	10
29 - 30	Marek	Rybčák	4.A	G Bardejov	—	—	—	—	—	—	—	0	9
29 - 30	Ondřej	Schmid			—	—	3	3	—	3	—	9	9
31 - 32	František	Kolář	sexta	G Praha - Nad Kavalírkou	—	—	—	—	—	—	—	0	8
31 - 32	Ondřej	Škoda		G Benešov	—	—	—	—	—	—	—	0	8
33	Radek	Chromý		G Telč	—	—	—	—	—	—	—	0	7
34	Martin	Macásek	4.	G Dačice	—	—	—	—	—	—	—	0	6
35 - 36	Ondrej	Bačo		G Košice - Šrobárova	—	—	—	—	—	—	—	0	5
35 - 36	Jiří	Krejša	sexta	G Semily	—	—	—	1	—	—	—	1	5
37 - 38	Lukáš	Florner	5.B	SPŠ Havlíčkův Brod	—	—	—	—	—	—	—	0	4
37 - 38	Miroslav	Šimko	4.A	G Nitra	—	—	—	—	—	—	—	0	4
39 - 41	Tomáš	Lindouský	4.D	G Nové Zámky	—	2	—	0	—	—	—	2	3
39 - 41	Marián	Majerík	4.F	G Trenčín	—	—	—	1	—	2	—	3	3
39 - 41	Naděžda	Vaškovicová	4.A	G Uh. Hradiště	1	—	—	—	—	—	—	1	3
42	Matěj	Koudelka		SSPŠ Praha - Preslova	—	—	—	—	—	—	—	0	2
43	Pavel	Lupač		G Jihlava	—	—	—	—	—	—	—	0	1
44 - 45	Pavel	Kučera	5.	OA Příbram	—	—	—	0	—	—	—	0	0
44 - 45	Petr	Žejdl	VI.	G Hlučín	—	—	—	—	—	—	—	0	0

Kategorie třetích ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	5	6	S2	I	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	5	5	3	4	4	8	5	34	67
1	Peter	Čendula	3.B	G Liptovský Mikuláš	5	5	3	2	4	8	5	32	65
2	Petr	Nečesal	V.C	G M. Budějovice	4	5	3	5	1	4	5	27	53
3	Martin	Beránek	VI.	G Praha - Ohradní	5	5	3	4	4	4	—	25	47
4	Karel	Židek		G Opava	2	2	1	2	4	5	4	20	45
5	Jaromír	Chalupský	sexta A	G Sušice	5	3	3	4	1	7	—	23	43
6	Vladimír	Fuka	sexta A	G Rakovník	5	—	—	4	5	3	—	17	37
7	Jan	Kunc	3.A	G Kolín	2	—	1	1	5	6	—	15	35
8	Hedvika	Kadlecová	3.C	G Praha - Botičská	1	2	—	3	4	5	0	15	34
9	Zoltán	Mics	3.B	G Šahy	4	5	3	4	—	—	1	17	32
10	Ivo	Lazar		G Prachatice	3	—	3	2	4	3	2	17	31
11	Ondřej	Plašil	septima B	G Praha - Chodovická	1	3	3	4	—	—	—	11	30
12	Lukáš	Schmiedt	3.D	SG Olomouc	2	—	3	4	4	2	—	15	29
13	Zdeněk	Cejnar	3.A	G Říčany	2	2	1	1	5	4	1	16	28
14	Pavel	Kočica	3.A	G Uh. Brod	5	3	—	1	—	2	—	11	26
15	Robert	Meixner	5.A	G Brno - Slov. nám.	2	2	2	2	0	—	3	11	25
16	Pavol	Mikčo	3.B	G Stropkov	1	2	1	1	1	0	—	6	24
17 - 18	Martin	Hrba	sexta A	G Sušice	5	3	—	—	5	—	—	13	23
17 - 18	Pavel	Janda	sexta	G Telč	5	2	—	1	—	—	—	8	23
19 - 20	Patrik	Hudec	III.C	G Bílovec	1	1	0	—	0	4	—	6	22
19 - 20	Petr	Klíma	3.A	G Louny	3	2	2	1	—	—	—	8	22
21	Dáša	Eisenmannová	3.A	G Praha - Mezi školami	1	—	—	1	4	3	—	9	21
22	Martin	Hejna	S3.A	SPŠE Dobruška	—	—	—	—	—	—	—	0	19
23 - 25	Ladislav	Benda		G Hradec Králové - JKT	—	3	3	—	—	—	—	6	18
23 - 25	David	Kolovratník	3.E	SPŠS Chrudim	—	—	—	—	—	—	—	0	18
23 - 25	Jan	Kratochvíl	3.K	SPŠST Praha - Panská	—	—	—	4	—	—	—	4	18
26	Miloš	Skalský	3.D	G Vsetín	0	—	1	—	4	2	—	7	17
27 - 28	Jakub	Levic	sexta B	G Louny	1	—	3	0	—	—	—	4	16
27 - 28	Michal	Škoda	sexta B	G Turnov	—	—	2	—	4	—	—	6	16
29	Martin	Holík	3.C	G Bílovec	1	1	0	—	—	1	—	3	15
30 - 32	Martin	Jakl	5.D	G Pardubice	1	—	3	—	1	—	0	5	14
30 - 32	Jiří	Tománek	V5.A	G Hranice	1	2	—	1	—	3	2	9	14
30 - 32	Jaroslav	Tykal	3.C	G Jihlava	1	—	—	2	—	—	—	3	14
33 - 35	Lukáš	Dumský	sexta	GOA Sedlčany	—	—	—	—	—	—	—	0	13
33 - 35	Vlastislav	Filgas	3.D	G Vsetín	—	—	—	—	4	—	—	4	13
33 - 35	Libor	Tomšík	3.F	SPŠE Plzeň	—	—	—	—	—	—	—	0	13
36 - 37	Ivan	Banas	5.G	G Martin	—	1	—	—	—	2	—	3	12
36 - 37	Jan	Bauer	sexta A	G Praha - Sladkovského	1	—	—	—	—	1	—	2	12
38	Jaroslav	Kočíšek	3.C	G Čadca	1	1	—	0	—	—	—	2	11
39 - 43	Michal	Bláha	M	SPŠST Praha - Panská	—	—	—	—	—	—	—	0	10
39 - 43	Petra	Nytrková	V.C	G Frýdek-Místek - ČSA	—	3	—	1	3	—	—	7	10
39 - 43	Andrea	Oravcová	7.D	G Partizánske	—	—	—	—	—	—	—	0	10
39 - 43	Jaroslava	Plasová	septima C	G Klatovy	—	—	—	1	0	—	—	1	10
39 - 43	Zuzana	Vlčková	septima	G Košice - Alejová	1	1	—	0	0	0	—	2	10
44	Jan	Alster	septima A	G Holešov	—	—	—	—	—	—	—	0	9
45 - 49	Jiří	Doubek	3.G	G Praha Arabská	3	—	—	—	5	—	—	8	8
45 - 49	Jan	Pšíkal	3.F	SPŠE Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	0	8
45 - 49	Daniel	Reitzner	3.C	G Košice - Šrobárova	—	—	—	—	—	—	—	0	8
45 - 49	Pavel	Řezanka	3.C	G Praha - Zborovská	1	—	1	1	4	—	1	8	8
45 - 49	Peter	Valachovič	3.B	SPŠ Trenčín	—	—	—	1	4	—	—	5	8
50 - 56	Michal	Janoušek	sexta	G Zastávka	—	1	0	0	0	1	—	2	7
50 - 56	Pavel	Kolář	3.D	SPŠS Chrudim	—	—	—	—	—	—	—	0	7
50 - 56	David	Krayzel	3.A	G Chrudim	—	—	—	—	—	—	—	0	7
50 - 56	Miroslav	Patočka	3.C	G Ivančice	—	—	—	—	—	—	—	0	7
50 - 56	Martin	Pavel	3.A	G Dobruška	—	—	—	—	—	—	—	0	7
50 - 56	Martin	Šimek	sexta	G Telč	4	—	—	0	—	—	—	4	7
50 - 56	Pavel	Vraspír	sexta	G Polička	—	—	—	—	—	—	—	0	7
57 - 58	Lukáš	Brázda	3.C	G Jihlava	—	—	—	—	—	—	—	0	6
57 - 58	Ján	Uhrin	3.E	G Michalovce	—	—	—	—	—	—	—	0	6
59 - 62	Tomáš	Bouda	sexta B	G Jablonec n.N. - Randy	1	1	—	—	—	—	—	2	5
59 - 62	Andrej	Mičica	3.C	G Čadca	—	—	—	—	—	—	—	0	5

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	5	6	S2	I	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>5</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>34</i>	<i>67</i>
59 - 62	Marek	Skarka	sexta	G Vítkov	—	—	—	—	—	—	—	0	5
59 - 62	Jan	Zikán	3.E	G Praha - Arabská	—	—	—	—	—	—	—	0	5
63 - 64	Ondřej	Pánek	3.C	G Jihlava	—	—	—	—	—	—	—	0	4
63 - 64	Norbert	Požár	7.A	G Bruntál	—	—	—	—	—	—	—	0	4
65 - 67	Petra	Adamová	3.A	G Benešov	—	1	1	—	—	—	1	3	3
65 - 67	Martina	Havrdová	VI.A7	G Olomouc - Hejčín	—	—	—	—	—	—	—	0	3
65 - 67	Petr	Hřebačka	6.A	G Brno - Křenová	—	—	—	—	—	—	—	0	3
68	Břetislav	Šopík	3.B	G Žďár n. Sáz.	0	—	—	1	1	—	—	2	2
69 - 70	Hana	Besedová	3.B	G Frenštát p. R.	—	—	—	—	—	—	—	0	1
69 - 70	Michal	Hamran	3.C	G Martin	—	—	—	—	—	—	—	0	1

Kategorie druhých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	5	6	S2	I	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>5</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>34</i>	<i>67</i>
1	Jan	Fröhlich	sexta A		—	3	1	1	6	4	—	15	41
2	Petr	Kavánek	sexta	G Čáslav	5	4	2	2	3	1	—	17	39
3	Miroslav	Šulc	kvinta B	G Ústí n. L. - Stavbařů	2	—	0	1	5	3	2	13	26
4	Jaroslav	Frost	kvinta A	G Brno - Elgartova	—	1	1	1	5	3	—	11	21
5	Matej	Dubový	2.B	G Trenčín	—	—	—	1	3	2	—	6	19
6	Václav	Matouš	2.A	G Klatovy	—	—	—	1	—	2	—	3	17
7	Marie	Hůlková	2.B	G Náchod	—	—	—	—	—	—	—	0	16
8	Milan	Jalový	kvinta A	G Blansko	—	—	—	—	—	3	—	3	15
9 - 10	Lenka	Beranová	sexta C	G Klatovy	—	—	—	—	—	—	—	0	14
9 - 10	Jiří	Klimesh	2.B	G Náchod	—	—	1	2	2	—	—	5	14
11 - 13	Tomáš	Hanzák	2.	G Kladno	—	—	—	—	—	—	—	0	13
11 - 13	Michaela	Komm	sexta	G Praha - Parlářova	—	—	—	—	—	—	—	0	13
11 - 13	Stanislav	Páca	2.A	COP Hronov	2	—	—	—	0	1	—	3	13
14	Karol	Martinka	2.G	G Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	0	11
15 - 16	Vít	Urbánek	kvinta B	G Jihlava	—	—	—	—	—	—	—	0	10
15 - 16	Jiří	Vlach	kvinta	GOA Sedlčany	—	—	—	—	—	—	—	0	10
17 - 18	Ľuboš	Bednárik	2.F	G Trenčín	—	—	—	1	—	—	—	1	9
17 - 18	Michal	Hajn		G Jihlava	—	—	—	—	—	—	—	0	9
19 - 26	Jan	Beneš	sexta	G Brno - Barvičova	—	—	—	1	—	—	—	1	8
19 - 26	Aleš	Ducháč	2.B	COP Hronov	—	—	—	—	—	—	—	0	8
19 - 26	Eva	Haluzová	2.B	G Uh. Brod	—	—	2	—	2	—	—	4	8
19 - 26	Miroslav	Krůs	2.A	G Klatovy	—	—	—	1	—	—	—	1	8
19 - 26	Petr	Kýstek	2.C	G Frýdek-Místek - TGM	—	—	—	—	—	—	—	0	8
19 - 26	Karel	Martíšek	kvinta A	G Brno - Elgartova	—	2	1	1	—	—	—	4	8
19 - 26	Martin	Nývlt	2.B	G Náchod	—	—	—	—	—	—	—	0	8
19 - 26	Michal	Zapletal	P2C	G Rožnov pod Radhoštěm	2	1	—	1	—	—	—	4	8
27 - 30	Václav	Bouše	6.A	G Praha - Mezi školami	—	—	—	—	—	—	—	0	7
27 - 30	Zdeněk	Čejka		G Praha - U Lib. zámku	—	—	—	—	—	—	—	0	7
27 - 30	Jiří	Eliášek	2.B	G Trutnov	—	—	2	0	—	—	—	2	7
27 - 30	Lukáš	Hunana	2.B	G Dubnica nad Váhom	—	—	—	—	—	—	—	0	7
31 - 38	Lenka	Blažková	2.B	G Kutná Hora	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Otakar	Dokoupil	2.B	G Přerov	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Matin	Hamrle	2.A	G Pelřimov	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Rudolf	Kopřiva	2.C	G Frýdek-Místek - TGM	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Iva	Kouřilová	2.B	OA Blansko	1	1	0	—	0	—	—	2	6
31 - 38	Pavel	Kwiecien	2.A	G Dvůr Králové	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Mariana	Matýsková	4.B	G Třinec	—	—	—	—	—	—	—	0	6
31 - 38	Peter	Murárik	2.G	G Trenčín	—	1	—	1	—	—	—	2	6
39 - 41	Ondřej	Chochola		G Kladno	—	—	—	—	—	—	—	0	5
39 - 41	Kateřina	Jandová	sexta A	G Praha - Mezi školami	—	—	—	—	—	—	—	0	5
39 - 41	Ondřej	Srba	II.B	G Příbor	—	—	—	1	—	—	—	1	5
42 - 43	Michal	Kabát	2.A	G Púchov	—	—	—	0	—	—	—	0	4
42 - 43	Tomáš	Sábl		G Semily	—	—	2	1	—	—	—	3	4
44 - 45	Petr	Čech	2.A	G Přerov	—	—	—	—	—	—	—	0	3
44 - 45	Jiří	Palek	2.A	G Nové Strašecí	—	—	—	—	—	—	—	0	3
46	Lenka	Němcová	2.A	SGŠ Bratislava	—	—	—	—	—	—	—	0	2
47 - 48	Jan	Čechmánek	2.A	G Uh. Hradiště	—	—	—	0	—	—	—	0	0
47 - 48	Jindřich	Šťástka	2.E	G Sokolov	—	—	—	—	—	—	—	0	0

Kategorie prvních ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	5	6	S2	I	Σ
	<i>Student</i>	<i>Půlný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	5	5	3	4	4	8	5	34	67
1	Miroslav	Hejna	5A8	G Rychnov n. K.	4	5	3	6	1	8	4	31	57
2	Michal	Bareš	kvinta A	G Plzeň - Mikuláš. nám.	4	3	—	1	5	6	—	19	45
3	Petr	Houštěk	tercie	G Pelhřimov	5	5	1	5	4	1	—	21	38
4	Luboš	Matásek	kvinta A	G Plzeň - Mikuláš. nám.	—	—	—	0	4	3	—	7	26
5	Václav	Cviček	3.A	G Frýdek-Místek - ČSA	2	—	—	—	4	—	—	6	24
6	Karel	Tůma	kvinta A	G Moravská Ostrava	—	2	2	2	0	1	—	7	20
7	Václav	Varvařovský	kvinta A	G Plzeň - Mikuláš. nám.	0	—	—	1	1	2	—	4	19
8	Petr	Šimek	1.A	G Blansko	—	—	—	—	—	2	—	2	18
9 - 10	Jan	Chmelař	1.A	G Hranice	1	1	—	1	4	0	—	7	17
9 - 10	Tibor	Vansa		G Moravská Ostrava	—	—	2	1	—	—	—	3	17
11 - 12	Jaroslav	Kudlička	kvinta A	G Hodonín	2	—	0	1	4	2	—	9	15
11 - 12	Zdeněk	Moravec	1.C	G Blansko	—	—	—	—	—	—	—	0	15
13	Pavel	Čížek	kvinta		—	—	—	4	—	—	—	4	14
14 - 16	Lukáš	Chvátal		G Brno - Vejrostova	—	—	—	2	4	—	—	6	11
14 - 16	Jan	Klusoň	kvinta	G Litomyšl	—	2	1	0	—	0	—	3	11
14 - 16	Vít	Šípál	V5.B	G Ústí n. L. - Jateční	—	—	—	—	4	2	—	6	11
17	Ondřej	Honzl	kvinta	G Podbořany	—	—	1	—	4	—	—	5	10
18	Jiří	Hampl	1.SP	SPŠ Příbram	—	—	—	—	—	—	—	0	7
19 - 20	Martin	Rybář	kvarta A	G Blansko	—	—	—	—	—	3	—	3	6
19 - 20	Hana	Suchomelová	8.A	ZŠ Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	0	6
21	Mária	Šedivá	8.A	ZŠ Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	0	5
22 - 23	Pavel	Jež	3.B	G Frýdek-Místek - ČSA	—	—	—	—	—	—	—	0	3
22 - 23	Stanislav	Mlenský	1.B	COP Hronov	—	—	—	—	—	—	—	0	3
24 - 25	Petr	Hrázský		G Frenštát p. R.	—	—	—	—	—	—	—	0	2
24 - 25	Martin	Vacek	1.A	G Nové Zámky	—	—	—	—	—	—	—	0	2
26 - 27	Lukáš	Snášel	B	COP Hronov	—	—	—	—	—	—	—	0	1
26 - 27	Michal	Záhorák	kvinta	G Sabinov	—	—	—	—	—	—	—	0	1
28	Marek	Mikloš	kvinta	G Sabinov	—	—	—	—	—	—	—	0	0

Fyzikální korespondenční seminář, který je zastřešen Oddělením vnějších vztahů a propagace MFF UK, je organizován studenty MFF UK za podpory Ústavu teoretické fyziky MFF UK a jeho zaměstnanců a Jednoty českých matematiků a fyziků.