

Řešení V. série

Úloha V.1 ... ošklivá sonda (3 body, řešilo 20 studentů)

Představte si rovinný povrch nějakého materiálu, zavedme souřadnou soustavu tak, že povrch splývá s rovinou $z = 0$. Každý bod povrchu popíšeme odrazivostí R , což je poměr odražené a dopadající intenzity záření. Víme, že ve směru osy x je R konstantní a ve směru osy y je $R(y)$ periodickou funkcí s periodou P . Máme k dispozici sondu, která svítí na povrch a zpětně snímá odraženou intenzitu. Můžeme s ní pohybovat ve směru osy y . Sonda však není nekonečně "jemná", svazek nemůžeme zaostřit do jednoho bodu, vždy budeme mít stopu o nenulové šířce D . Sonda tedy snímá průměr odražené intenzity z oblasti, na kterou svítí. Vaším úkolem je napsat, jak pomocí takové sondy zjistit periodu odrazivosti P . Lze to pro všechny rozměry sondy?

Úloha ze života Jirky Franty.

Protože sonda není schopna zaostřit světelný svazek do jednoho bodu, odpovídá naměřená odrazivost R_m průměrné hodnotě odrazivosti R v oblasti, na kterou sonda svítí. Funkce $R(y)$ má periodu P (základní perioda), a proto bude mít i naměřená odrazivost $R_m(y)$ periodu P . Tato perioda však nemusí být základní. To znamená, že pro základní periodu P_m naměřené odrazivosti platí: $P_m = \frac{P}{n}$, kde n je přirozené číslo, nebo naměřená odrazivost je konstantní funkce. O tom, že periody P a P_m se obecně nerovnají, se můžeme jednoduše přesvědčit v případě, kdy má stopa tvar čtverce o straně délky D . Pokud je totiž rozměr sondy D roven celočíselnému násobku periody P , potom je naměřená odrazivost $R_m(y)$ vždy konstantní funkcí a nemůžeme tedy určit periodu odrazivosti P .

Perioda P_m naměřené odrazivosti je tudíž dolním odhadem periody P odrazivosti povrchu. Odhad periody P lze zlepšit, pokud použijeme různé rozměry a tvary stop (změnu tvaru nebo rozměru stopy lze docílit použitím clon).

Pokud bude rozměr sondy mnohem menší než je perioda odrazivosti povrchu, potom naměřená odrazivost $R_m(y)$ bude mít prakticky stejný tvar jako odrazivost povrchu $R(y)$. V tomto případě se tedy periody P_m a P budou rovnat. V opačném případě, kdy budou rozměry sondy mnohem větší než je perioda odrazivosti, bude naměřená odrazivost prakticky konstantní funkce a periodu odrazivosti povrchu nebude možno určit.

Abychom mohli určit periodu odrazivosti povrchu, je tedy nutné, aby tato perioda nebyla mnohem menší než rozměr stopy sondy. Dolním odhadem periody odrazivosti povrchu je perioda naměřené odrazivosti. Odhad lze zlepšit použitím různých tvarů a rozměrů sond. Pokud se tvary naměřených odrazivostí $R_m(y)$ od sebe příliš neliší a všechny mají stejnou periodu, potom je velmi pravděpodobné, že je tato perioda rovna periodě odrazivosti povrchu. V případě, že všechny naměřené odrazivosti jsou konstantní funkce, je zřejmě perioda odrazivosti povrchu mnohem menší než je rozměr stop.

K provedení důkladnější analýzy problému „ošklivé sondy“ je potřeba užít trochu „složitější“ matematický aparát. Uvažujme tvar stopy, který je osově symetrický vzhledem k osám x a y . Tento tvar popíšeme sudou funkcí $f(z)$ definovanou na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$. Funkce $g(z)$, která popisuje stopu, jejíž rozměr ve směru osy y je roven $2D$, je dána vztahem $g(z) = Df(\frac{z}{D})$. Pro naměřenou odrazivost potom platí:

$$R_m(y) = \frac{\int_{-D}^D 2g(z)R(y+z) dz}{\int_{-D}^D 2g(z) dz} = \frac{\int_{-1}^1 f(z)R(y+Dz) dz}{\int_{-1}^1 f(z) dz} .$$

Pokud je odrazivost $R(y)$ dostatečně hladká funkce, potom lze užít rozvoj do Fourierovy řady, neboť $R(y)$ je periodická funkce s periodou P :

$$R(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_n \exp\left(\frac{2\pi i n y}{P}\right) .$$

Je-li $R(y)$ dostatečně hladká, potom je možno zaměnit pořadí sumace a integrace (řadu je možno integrovat člen po členu). Koeficienty A_n jsou jednoznačně určeny funkcí $R(y)$, neboť platí:

$$\int_0^P R(y) \exp\left(-\frac{2\pi i m y}{P}\right) dy = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_n \int_0^P \exp\left(\frac{2\pi i (n - m)y}{P}\right) dy = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_n P \delta_{mn} = P A_m ,$$

kde δ_{mn} je Kroneckerův symbol, který je roven jedné pro $m = n$ a nule pro $m \neq n$. Pro koeficienty Fourierovy řady tedy dostáváme vztah:

$$A_n = \frac{1}{P} \int_0^P R(y) \exp\left(-\frac{2\pi i n y}{P}\right) dy .$$

Pokud je funkce $R(y)$ reálná, potom platí: $A_n = A_{-n}^*$.

Užitím Fourierovy řady dostaneme:

$$\int_{-1}^1 f(z) R(y + Dz) dz = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_n \exp\left(\frac{2\pi i n y}{P}\right) \int_{-1}^1 f(z) \exp\left(\frac{2\pi i n Dz}{P}\right) dz .$$

Ze sudosti funkce $f(z)$ plyne:

$$\int_{-1}^1 f(z) \exp\left(\frac{2\pi i n Dz}{P}\right) dz = \int_{-1}^1 f(z) \left(\cos \frac{2\pi n Dz}{P} + i \sin \frac{2\pi n Dz}{P} \right) dz = 2 \int_0^1 f(z) \cos\left(\frac{2\pi n Dz}{P}\right) dz .$$

Definujme novou funkci $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \frac{\int_0^1 f(z) \cos(\omega z) dz}{\int_0^1 f(z) dz} .$$

Naměřenou odrazivost $R_m(y)$ je tedy možno vyjádřit jako následující Fourierovu řadu:

$$R_m(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_n F\left(\frac{2\pi n D}{P}\right) \exp\left(\frac{2\pi i n y}{P}\right) .$$

Vlivem konečných rozměrů stopy sondy dojde ke „zkreslení“ průběhu odrazivosti.

Je-li hodnota ω blízká nule, potom je hodnota $F(\omega)$ blízká jedné. To znamená, že v případě $P \gg D$ má naměřená odrazivost prakticky stejný tvar jako odrazivost povrchu a naměřená perioda odrazivosti tedy odpovídá skutečné periodě. Pro $\omega \rightarrow \infty$ je $F(\omega) \rightarrow 0$. Pokud tedy platí $P \ll D$, potom je naměřená odrazivost prakticky konstantní funkcí a nelze tudíž určit periodu odrazivosti povrchu.

K tomu, aby se perioda naměřené odrazivosti rovnala periodě P , je nutnou a zároveň postačující podmínkou nenulovost funkce $F(\omega)$. (Pokud má funkce $F(\omega)$ nulový bod, potom existuje rozměr stopy D , při kterém se „smaže alespoň jedna Fourierova frekvence v rozvoji odrazivosti“, což pro určitý tvar odrazivosti povrchu způsobí zmenšení periody naměřené odrazivosti.) Tuto nepříjemnou vlastnost má například tvar čtverce nebo kruhu. Existují však tvary, pro které je $F(\omega)$ nenulová. Příkladem je tvar popsáný funkcí $f(z) = (1 - z)^2$, pro který dostaneme:

$$F(\omega) = 6 \frac{\omega - \sin \omega}{\omega^3},$$

což je nenulová funkce. V tomto případě je perioda naměřené odrazivosti vždy rovna skutečné periodě P . To však platí pouze v případě, kdy měříme nekonečně přesně. Pokud měříme s konečnou přesností, potom pro $D \gg P$ nebo pro „málo zvlněnou“ odrazivost povrchu bude naměřená odrazivost konstantní funkcí a nebudeme tudíž schopni určit periodu odrazivosti.

V našem řešení jsme předpokládali rovnoměrné osvětlení povrchu v osvětlené oblasti. Pokud bychom uvažovali nerovnoměrné osvětlení, potom by byl postup řešení obdobný, pouze bychom dostali složitější vztah pro funkci $F(\omega)$.

Karel Kolář
kkol8250@menza.mff.cuni.cz

Úloha V.2 ... dělo na lodi (5 bodů, řešilo 32 studentů)

Děla na bitevních lodích se nabíjejí následujícím způsobem: do hlavně se dá střela o hmotnosti M a za ní určitý počet balíku s výbušninou (objem jednoho balíku je V_0), podle toho jak daleko chceme střílet. Kolikrát se zvětší dostřel takového děla, když nabijeme dvojnásobné množství výbušnin? Výbuch si představujte tak, že najednou se místo výbušnin objeví dvouatomový plyn o teplotě T_0 a tlaku p_0 . Ráže děla je deset palců. Odpor vzduchu zanedbejte.

Nápad Karla Kouřila, když přemýšlel, co zadáme do FYKOSu.

Nejdříve určíme, jak daleko je vlastně možné dostřelit, pokud je počáteční rychlost střely v , maximálního dosřelu dosáhneme, pokud vystřelíme pod úhlem 45° k vodorovné rovině, střela poletí po dobu $t = \sqrt{2}v/g$ a dopadne do vzdálenosti $s = v^2/g$. Tedy dostřel je přímo úměrný počáteční energii náboje ($s \sim E = \frac{1}{2}mv^2$). Nyní určíme jakou energii získá náboj v hlavni. Výbuch je věc poměrně rychlá (každý kdo už nějaký viděl jistě souhlasí), takže nejlepší přiblížení toho co se děje v s plynem v hlavni při výstřelu je adiabatický děj.

Předpokládejme, že hlaveň má délku l průřez S a že jeden balík výbušnin má délku x_0 . Na střelu v hlavni působí síla $F = p.S$, pro tlak máme z rovnice pro adiabatický děj vztah: $p = p_0 V_0^\kappa / V^\kappa$. Pokud ještě označíme x vzdálenost zadní strany střely od začátku hlavně můžeme pro sílu působící na střelu psát:

$$F = S \frac{p_0 x_0^\kappa}{x^\kappa}.$$

Energii střely dostaneme jednoduchou integrací $E = \int_{x_0}^l F dx$. Takže energie střely, pokud dáme do hlavně jeden balík výbušnin je:

$$E_1 = \frac{1}{1 - \kappa} S p_0 x_0^\kappa (l^{1-\kappa} - x_0^{1-\kappa})$$

a pokud tam dáme dva:

$$E_2 = \frac{1}{1 - \kappa} S p_0 (2x_0)^\kappa (l^{1-\kappa} - (2x_0)^{1-\kappa}).$$

Takže pro poměr dostřelů máme:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{E_2}{E_1} = 2^\kappa \frac{l^{1-\kappa} - (2x_0)^{1-\kappa}}{l^{1-\kappa} - x_0^{1-\kappa}},$$

což už je požadované řešení.

Ještě pár poznámek na závěr:

1. Výbuch neprobíhá tak jak se s ním tady počítalo, ve skutečnosti hoří směs celou dobu, po kterou je náboj v hlavni. Pokud bychom dělo nabili něčím co vybuchuje takto (tj. všechna výbušnina se najednou změní v plyn), dělo by se s největší pravděpodobností roztrhlo, což je efekt, který při námořní bitvě nepotěší (samozřejmě za předpokladu, že nastane na naší lodi, na nepřátelské je vítán).
2. Při výbuchu je tlak plynu v hlavni řádově větší než atmosférický, takže ten se může s klidem zanedbat.
3. Ještě asi nikdo nevyrobil tak dlouhé dělo, aby tlak v hlavni při výstřelu poklesl na hodnotu srovnatelnou s atmosférickým, i tenhle jev se dá s klidným svědomím zanedbat.
4. Loď s desetipalcovými děly není loď bitevní, ale křižník. Za toto pochybení se vám všem omlouváme a děkujeme Vladimíru Fukovi za to že nás na něj upozornil.

Karel Kouřil

kourk0am@mbox.troja.mff.cuni.cz

Úloha V.3 ... rozlišení radaru (3 body, řešilo 37 studentů)

Mějme radar, který je schopný rozlišit těleso s průměrem 10 km ve vzdálenosti Měsíce. Jak velké těleso je schopný rozlišit ve vzdálenosti Slunce? Jaká je teoretická vzdálenost, do které je radar schopný "vidět"?

Typická úloha Pavola Habudy.

Jsou dvě možnosti, jak nahlížet na pojem rozlišitelnosti. Uvažujeme-li, že u radaru je existuje mezní úhlové rozlišení, pak těleso u Slunce a u Měsíce musí být vidět pod stejným úhlem. Potom z rovnostranných trojúhelníku máme:

$$r_S = \frac{r_M}{R_M} R_S = 3,9 \text{ km},$$

kde velkými písmeny jsou označeny vzdálenosti a malými poloměry těles.

Pojem rozlišení taky můžeme chápat, jako existuje minimální odražená intenzita, kterou může radar zachytit. Víme, že intenzita, která dopadne na těleso je úměrná $\pi r^2/R^2$, kde πr^2 je plocha tělesa zachycující záření. Tam uvažujeme, že se intenzita rozptýlí všemi směry a těleso se tak stává zářičem. Intenzita, která potom dojde z tělesa na radar je tedy úměrná $1/R^2$. Takže poměr intenzity, která se vrátí na radar k radarem vyslané je úměrný $\pi r^2/R^4$. Z předpokladu víme, že minimální intenzita je potom

$$I_{min} = c \frac{\pi r_m^2}{R_m^4},$$

kde c je nějaká konstanta úměrnosti. Minimální poloměr, který je u Slunci vidět:

$$r_s = \sqrt{\frac{I_{min} R_s^4}{\pi}} = r_m \frac{R_s^2}{R_m^2} = 1526 \text{ km}.$$

A řádový odhad viditelnosti dostaneme, když za πr^2 , nahradíme plochou celé koule ve vzdálenosti R , $4\pi R^2$. Potom dostáváme pro tuto vzdálenost

$$I_{min} = \frac{4\pi R^2}{R^4}.$$

Odtud pro R vyjde:

$$R = 2 \frac{R_m^2}{r_m} = 1,475 \cdot 10^{10} \text{ km}.$$

To je vzdálenost v které bude vidět jakékoliv těleso s menší intenzitou než zadané těleso u měsíce.

Miroslav Kladiva

Miroslav.Kladiva@st.mff.cuni.cz

Úloha V.4 ... supermetro (5 bodů, řešilo 30 studentů)

Ve Švýcarsku plánují vybudování celostátního „metra“. Vlaky mají jezdit na magnetickém polštáři tunelem, ze kterého je částečně vyčerpaný vzduch, a dosahovat rychlosti kolem $500 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Tunel však nelze dokonale utěsnit. Předpokládejme, že chceme udržet tlak na hodnotě $0,05 p_a$, ale bez neustálého odčerpávání by za 1 den vzrostl na $0,5 p_a$. Spočítejte výkon, jaký je nutný na odčerpávání vzduchu ze 100 km tohoto tunelu, je-li jeho průměr 5 m, účinnost odčerpávání oproti ideálně pracujícímu stroji 10% a teplota 6°C . S čím lze takový výkon porovnat?

Zadal Honza Houštek na základě informací, jež ho zaujaly.

Nejprve spočítejme, jakou práci musíme vykonat, abychom z nádoby, ve které je podtlak, odčerpali n molů plynu. Tlak uvnitř nádoby označme p_1 , tlak vně p_2 . Abychom při odčerpávání vykonali nejmenší možnou práci, musíme postupovat takto: Nejprve ve válci o objemu V_1 izotermicky stlačíme plyn na objem V_2 tak aby jeho tlak vzrostl na hodnotu p_2 . Při tom vykonáme práci

$$\int_{V_1}^{V_2} -\Delta p \, dV = nRT \ln \frac{V_1}{V_2} - p_1(V_1 - V_2) = nRT \ln \frac{p_2}{p_1} - p_1(V_1 - V_2) .$$

Děj je izotermický takže platí $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Po tom spojíme válec s okolím a plyn vytlačíme z válce ven. Vykonaná práce bude

$$\int_{V_2}^0 -\Delta p \, dV = p_2 V_2 - p_1 V_2 .$$

Celková práce potřebná k vytlačení n molů plynu je tedy

$$W = nRT \ln \frac{p_2}{p_1} .$$

Musíme ještě spočítat jakou rychlostí proniká vzduch do tunelu. Uvažujme takto: pokud bychom přestali vzduch z tunelu odčerpávat, tlak v tunelu by začal růst. Rychlost jakou by vzduch do tunelu proudil by byla úměrná rozdílu tlaků v tunelu a v okolí. Platilo by tedy

$$\frac{d(\Delta p)}{dt} = -k\Delta p ,$$

kde Δp je rozdíl tlaků a k je nějaká konstanta. Řešením této diferenciální rovnice je funkce

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-kt} .$$

Ze zadání víme že za jeden den by bez odčerpávání vzrostl tlak na $p_2/2$. Platí tedy

$$\frac{0,5}{0,95} \Delta p_0 = \Delta p_0 e^{-kt_d} ,$$

kde t_d je doba jednoho dne. Konstantu k tedy spočteme jako

$$k = \frac{\ln 1,9}{t_d} .$$

Rychlost pronikání vzduchu do tunelu bude časová derivace tlaku při $t = 0$. Tedy

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_{t=0} = - \left. \frac{d(\Delta p)}{dt} \right|_{t=0} = k\Delta p_0 .$$

Podle stavové rovnice je

$$n = \frac{pV}{RT} ,$$

tedy

$$\frac{dn}{dt} = \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}.$$

Práci potřebnou na odčerpání n molů jsme ale spočetli už nazačátku. Po dosazení tedy pro výkon dostáváme

$$P = \frac{1}{\eta} V_t k \Delta p_0 \ln \frac{p_2}{p_1},$$

kde V_t je objem daného úseku tunelu a $\Delta p_0 = 0,95p_2$. Po dosazení zadaných hodnot a vydělení teoretického výkonu účinností dostaneme $P = 13,2$ MW.

Pavel Augustinský

augub0bm@mbox.troja.mff.cuni.cz

Úloha V. P ... upíři (3 body, řešilo 24 studentů)

Fyzikálně zdůvodněte, proč není upír vidět v zrcadle, a taktéž navrhněte vynálezy, které by této skutečnosti mohly využít.

Návrh Lenky Zdeborové podle časopisu Školská fyzika.

Na začátku malá omluva těm, kterým připadá, že taková úloha nemá v semináři co pohledávat. A pro ty ostatní: Jsme rádi, že fantazie je něco, co vám není cizí. Nebýt vás, byl by svět plný bručounů. A nyní některé nápady z vašich řešení.

Podle Ivy Kouřilové není upír vidět v zrcadle, neboť se pohybuje za zrcadlem (viz Alenka v říši divů) nebo proto, že používá generátoru pole 'problému někoho jiného' a zvláštní lidské vlastnosti si problému někoho jiného nevšímá. Často jste uváděli prozaičtější důvody jako např., že v místnosti je tma nebo že upír je jen lidská představa a tu v zrcadle pochopitelně neuvidíme.

Z nápadů inspirovaných fyzikou: Tělo upíra je složeno z anizotropních krystalků, které se natáčí tak, aby ve směru k zrcadlu byly propustné. Existence takových krystalků je vcelku pravděpodobná, možná by ale nešlo zařídit, aby v přímém pohledu nebyl upír zdeformován. Pokud by se dívali dva lidé z různých úhlů, měl by upír problém.

Jiné vysvětlení je, že upír je pro běžné záření průhledný. Vydává své vlastní speciálně upíří vlny, které se v zrcadle absorbují, oko ale oklamou, takže v přímém pohledu upíra vidět lze.

Někoho (Lukáše Chvátala) překvapilo, že upír v zrcadle vidět není. On se prý, když si každé ráno čistí zuby, v zrcadle vidí celkem dobře.

A co se využití upírů týče - Není-li upír vidět v zrcadle, měl by s jeho rozpoznáním problémy i radar či fotobuňka. Americká armáda by tedy za upíra dala jmění, na druhou stranu by měl chudák problémy na WC, které je splachováno fotobuňkou (nápad Vítka Šípala).

Lenka Zdeborová

Lenka.Zdeborova@st.mff.cuni.cz

Úloha V. Exp ... za mřížemi (8 bodů, řešilo 36 studentů)

Určete mřížkovou konstantu (vzdálenost dvou nejbližších vláken) u vzorku kovové mřížky, který najdete přilepený někde na letáku, jež držíte v ruce. Použijte co možná nejvíce různých metod a jejich výsledky porovnejte.

Vzniklo na vánoční besídce FKS, materiál dodal Pavel Augustinský.

Měření mikroskopem

Měřili jsme mřížkovou konstantu přímo pod mikroskopem. Nejdřív bylo potřeba nakalibrovat mikroskop pomocí etalonu. Pak už byla známa vzdálenost mezi dvěma vrypky na měřidle v mikroskopu a jen jsme spočítali počet oček v mřížce na známou vzdálenost. To nám vyšlo na $d = (66 \pm 0,3) \mu\text{m}$.

Chyby se mohly vloučit napočítáním chybného počtu vláken na jistou vzdálenost.

Měření interferenčního obrazce

Když si posvítíme na mřížku monochromatickým světlem, nejlépe z lasera, vidíme interferenční maxima. Jejich vzdálenost je $al \frac{d}{\lambda}$, kde l je vzdálenost stínítka od mřížky, d je mřížková konstanta a

λ vlnová délka světla vycházejícího z laseru. Odečítání vzdáleností maxim nám dělal elektronický snímač, kterého chyba změny rychlosti byla zanedbatelná.

Toto měření nám dalo hodnotu $d = (69 \pm 1) \mu\text{m}$. Největší chyba byla v určení vzdálenosti d .

Bodovali jsme takto: za 2 různé převedení (to značí, že způsoby měli být založeny na různé teorii) jsme dávali po max. 4b. Za každé další dle uvážení. Většina z vás měla uvedené a vypracované 2 způsoby měření.

Některý se pokoušeli měřit mřížkovou konstantu pomocí známého povrchového napětí vody. Byli i takoví, kteří ji naměřili pomocí promítačky.

Milan Berta

bertm0am@artax.karlin.mff.cuni.cz

Úloha S.V ... kolotoč (5 bodů,)

a) Mojmír a Anežka sedí přesně proti sobě na točícím se kolotoči. Ještě je sníh a tak si Mojmír připravil sněhovou kouli a na kolotoči ji chce hodit po Anežce. Poradte mu, jakou rychlostí a jakým směrem (vzhledem ke kolotoči) má kouli hodit, aby Anežku zasáhl. Údaje jsou: vzdálenost obou od osy $R = 3 \text{ m}$, úhlová rychlost kolotoče $\omega = 1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost hodu koule odhadněte.

b) Jak vypadá trajektorie koule v soustavě spojené s kolotočem a jaké síly působí na kouli v této soustavě.

c) Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou nepravdivá, a proč.

1. Z pohledu inerciální soustavy působí na rotující hmotný bod odstředivá síla, která vyrovnává dostředivou sílu, a proto se hmotný bod pohybuje rovnoměrně.
2. Odstředivá síla je reakcí na dostředivou sílu, neboť má stejnou velikost a opačný směr.
3. Když v inerciálním systému náhle přestane na rovnoměrně rotující těleso působit dostředivá síla, bude těleso pokračovat v pohybu po tečné přímce. Z pohledu neinerciálního systému se bude v důsledku působení odstředivé síly pohybovat po radiální přímce.

Zadali autoři seriálu Honza Houšťek a Lenka Zdeborová

a) Nejprve bychom se chtěli omluvit za chybu v zadání, která se do něj dostala při přípravě letáku. Kdyby se kolotoč otáčel rychlostí $10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, bylo by odstředivé zrychlení asi $30g$, což by žádný člověk nepřežil. Některým z vás to ovšem divné nepřišlo ...

Nechť doba letu koule je t . Za tuto dobu se Anežka pootočí o úhel ωt a snadno dopočteme, že vzdálenost mezi polohou Mojmíra v okamžiku hodu a polohou Anežky v okamžiku zásahu je $2R \cos(\omega t/2)$. Pohyb koule je za předpokladu zanedbatelného odporu vzduchu v inerciální soustavě rovnoměrný a přímočarý, pro rychlost pohybu koule v této soustavě tedy platí

$$v = \frac{2R}{t} \cos \frac{\omega t}{2}.$$

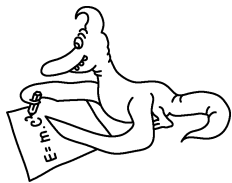
Vzhledem ke kolotoči musí Mojmír hodit kouli rychlostí, která je vektorovým rozdílem rychlosti \mathbf{v} a rychlosti Mojmíra vůči inerciální soustavě. Z kosinové a sinové věty pak snadno dopočteme, že pro velikost v_0 této rychlosti a pro její odklon φ od spojnice Mojmíra a středu kolotoče platí

$$v_0 = \sqrt{v^2 + \omega^2 R^2 + 2v\omega R \sin \frac{\omega t}{2}}, \quad \cos \varphi = \frac{v}{v_0} \cos \frac{\omega t}{2}.$$

Nyní přistupme k numerickému výpočtu. Ideální by bylo vyjádřit φ pomocí v_0 , odhadnout v_0 a provést výpočet. To je ale bohužel nemožné. Proto zvolíme následující cestu. Odhadneme t a pomocí něj dopočteme v_0 a φ (na to máme 3 výše odvozené vzorce). Pokud usoudíme, že v_0 je „rozumné“, budeme dvojici v_0, φ považovat za řešení úlohy. Pro $t = 0,5 \text{ s}$ vychází $v_0 = 12,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $\varphi = 27,5^\circ$. To by měl Mojmír zvládnout!

b) V neinerciální soustavě nebude trajektorie přímka, ale křivá čára spojující dva protilehlé body kolotoče. Zkonstruovat ji lze snadno – vždyť přece známe v každém okamžiku polohu koule i kolotoče vůči zemi, můžeme tedy dopočítat i polohu koule vůči kolotoči. Jediné síly, které ve vodorovném směru v této soustavě na kouli působí, jsou Coriolisova a odstředivá. Právě tyto síly mají na svědomí zakřivení trajektorie přesně podle Newtonových zákonů.

c) Všechna tvrzení jsou úplně nesmysly. V prvním jsou hned 2 lži: v inerciální soustavě na bod nepůsobí odstředivá síla a bod se také nepohybuje rovnoměrně (myšleno rovnoměrně přímočaře). Druhé tvrzení také nemůže platit, protože akce a reakce působí na různá tělesa. Navíc nemůže existovat jedna bez druhé, což u odstředivé a dostředivé síly neplatí. Třetí tvrzení bylo probráno v textu seriálu. V neinerciálním systému se sice těleso začne pohybovat v radiálním směru, ale jakmile získá nějakou rychlost, tak ho Coriolisova síla začne od tohoto směru odklánět.



Řešení VI. série

Úloha VI.1 ... dielektrikum (5 bodů, řešilo 24 studentů)

Mějme deskový kondenzátor a uvnitř něj dielektrickou desku s relativní permitivitou $\varepsilon_r = 6$. Na kondenzátor přivedeme napětí $U = 10$ kV a necháme systém ustálit. Poté desku vyndáme a kondenzátor zkratujeme. Jaké napětí naměříme na kondenzátoru po vrácení desky? Materiál desky BaTiO₃ je feroelektrikum, zůstane zelektrizovaný!

Inspirováno pokusem k přednášce elektřina a magnetismus.

Označme \mathbf{E}_v intenzitu elektrického pole, která bude mezi deskami kondenzátoru po nabití. \mathbf{E}_v je součtem intenzity \mathbf{E}_0 , která by byla mezi deskami kondenzátoru v případě, že by mezi nimi bylo vakuum, a intenzity \mathbf{E}_i , která vzniká díky polarizaci naboju v dielektrické desce. Pro velikosti platí $E_v = E_0 - E_i$. Permitivita prostředí udává, jak moc se náboje ve vnějším poli zpolarizují, konkrétně $E_i = (\varepsilon_r - 1)E_v$. Před vytažením desky bude na kondenzátoru napětí $U_0 = E_v d$, kde d je vzdálenost desek kondenzátoru. Po vytažení desky, vybití (zkratování) kondenzátoru a opětovném vrácení desky bude intenzita pole v kondenzátoru E_i (náboj na samotných deskách kondenzátoru bude nula) a napětí $U_x = E_i d$. Po dosazení tedy $U_x = U_0 \frac{E_i}{E_v} = U_0(\varepsilon_r - 1) = 50$ kV.

Nejčastějšími chybami, které se vyskytovaly ve vašich řešeních, bylo nesprávné užití vztahu pro napětí $U_0 = E_0 d$, což samozřejmě není, musíme dosazovat celkovou intenzitu E_v . Dále pak využívání zákona zachování energie před a po vytažení desky, k čemuž jste ovšem nepřipočetli to, že při vytahování desky konáme práci (oddalujeme opačné náboje).

Lenka Zdeborova
lenka.zdeborova@st.mff.cuni.cz

Úloha VI.2 ... elektron u desky (4 body, řešilo 21 studentů)

Mějme nekonečnou vodivou uzeměnou desku. Ve vzdálenosti h od ní je umístěn náboj Q . Spočtete, jakou silou je náboj přitahován k desce.

Klasická úloha.

Protože je deska vodivá a uzeměná musí na ní být potenciál φ stále roven nule. Na desce se tedy rozloží náboj tak, aby se takovéto pole vytvořilo. Takovéto pole můžeme dostat, pokud si desku nahradíme vhodným nábojem. V tomto případě je vhodný náboj takový, který se nachází na druhé straně desky ve vzdálenosti h a s nábojem $-Q$. Velmi snadno se lze přesvědčit, že potenciál od tohoto obou nábojů (jak reálného tak imaginárního) je na desce nulový. Protože imaginární náboj je od reálného vzdálen $2h$, působí na reálný náboj síla ve směru kolmém na desku o velikosti:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q^2}{4h^2}.$$

Karel Honzl
karel.honzl@st.mff.cuni.cz

Úloha VI.3 ... galaxie (3 body, řešilo 26 studentů)

Začátkem století existoval kosmologický model vesmíru, podle kterého byl vesmír homogenní (v každém místě stejný) a izotropní (v každém směru stejný). Takový vesmír v sobě zahrnoval rovnoměrně rozmístěné galaxie.

Předpokládejme, že všechny galaxie jsou co do množství vyzařovaného světla stejné. Spočtete, kolikrát více galaxií uvidíme, jestliže se místo pouhým okem budeme dívat na oblohu triedrem, kterým lze pozorovat objekty s magnitudou až 8,5.

Magnitudou se v astronomii měří jasnost objektu. Čím větší magnituda, tím slabší objekt vidíme. Slunce má -27 magnitud, Měsíc v úplňku -13^{mag} , nejjasnější hvězdy 0^{mag} a nejslabší hvězdy viditelné pouhým okem mají 6 magnitud.

Pomoci vám může Pogsonova rovnice, která porovnává magnitudy a pozorované intenzity dvou objektů:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) .$$

Zamyslete se nad tím, jak se změní řešení, když budou galaxie vyzařovat různé množství světla.

Vymyslel Pavol Habuda.

Jestliže dosadíme do vzorečku v zadání za rozdíl magnitud $2,5^{\text{mag}}$ (oko vidí do 6^{mag} , triedr do $8,5^{\text{mag}}$)

$$2,5^{\text{mag}} = -2,5 \log \frac{I_{8,5}}{I_6} ,$$

dostaneme pro podíl intenzit

$$\frac{I_{8,5}}{I_6} = 0,1 .$$

Triedrem uvidíme tedy objekty desetkrát slabší. Intenzita nám klesá s druhou mocninou vzdálenosti,

$$\frac{I_{8,5}}{I_6} = \frac{r_6^2}{r_{8,5}^2} = 0,1 \implies \frac{r_{8,5}}{r_6} = \sqrt{10} ,$$

uvidíme ním tedy objekty $\sqrt{10}$ vzdálenější. Jestliže jsou galaxie ve vesmíru rovnoměrně rozděleny, potom počet galaxií, které vidíme, je přímo úměrný té části vesmíru, ve které je můžeme vidět.

Tedy poměr počtu galaxií je

$$p = \frac{V_{8,5}}{V_6} = \left(\frac{r_{8,5}}{r_6} \right)^3 = 31,6 .$$

Pokud by každá galaxie vyžarovala různé množství světla, řešení se nezmění. Rozdělme si všechny galaxie do přihrádek, kde v každé budou jenom galaxie se stejnou (OK, prakticky se stejnou) jasností. Pak v každé přihrádce uvidíme triedrem 31,6-krát více galaxií než volným okem. Protože toto platí pro každou přihrádku, bude to platit i pro všechny dohromady.

Pavol Habuda
bzucino@yahoo.com

Úloha VI.4 ... rychlý proton (3 body, řešilo 30 studentů)

Jednou zaregistrovali v Utahu (USA) detektorem kosmického záření proton s energií 51 J. Spočtete jeho rychlost (nebo spíše o kolik se její rychlost liší od rychlosti světla). Odhadněte také zakřivení jeho dráhy v magnetickém poli 10 T.

Zjištěná zajímavost.

Energie protonu je dána relativistickým vztahem

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} ,$$

z čehož dostaneme přímo vztah pro rychlost

$$v = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}} . \quad (1)$$

Po použití přibližného vzorce $\sqrt{1 - \varepsilon} \approx 1 - \frac{\varepsilon}{2}$, který platí tím lépe čím menší je ε , dostaneme, že se rychlost protonu liší od rychlosti světla o $4 \cdot 10^{-24}$.

V magnetickém poli se proton pohybuje po kružnici, v rovnováze je magnetická a odstředivá síla:

$$evB = m \frac{v^2}{r}$$

$$evB = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{v^2}{r} ,$$

kde za v dosadíme z (1) a vyjádříme poloměr r

$$r = \frac{E^2 - m_0^2 c^4}{Bec} ,$$

přičemž platí $m_0^2 c^4 \ll E^2$ a můžeme tedy psát $r = \frac{E}{Bec}$, číselně $r = 1,1 \cdot 10^{11}$ m

Jan Prokleška
Jan.Prokleska@st.mff.cuni.cz

Úloha VI.P ... domino (5 bodů, řešilo 14 studentů)

Určitě už jste si někdy hráli s dominem, tedy kvádry postavenými v řadě za sebou, které po shoení prvního z nich lavinovitě padají. Pokuste se odhadnout rychlost, kterou se tato vlna šíří, a jak tato rychlost závisí na rozměrech a hmotnosti kvádrů, vzdálenosti kvádrů ... Popište podrobně model, který ve svých úvahách použijete, a posuďte, nakolik odpovídá realitě.

Problém, který organizátorům již dlouho vrtal hlavou.

Předpokládejme, že kostky domina se nachází na dosti drsné podložce, a proto se po ní nesmeknou. V rovnovážné poloze se kostka otáčí úhlovou rychlostí ω_0 . Ze ZZE pak odvodíme, že těsně před nárazem do sousední kostky bude mít rychlost

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + 2mg \left[\frac{h}{2}(1 - \cos \varphi) + \frac{a}{2} \sin \varphi \right] / J} ,$$

kde $\frac{h}{2}(1 - \cos \varphi)$ je pokles těžiště, $J \approx \frac{1}{3}mh^2$ je moment setrvačnosti vzhledem k ose O. Nyní k samotnému rázu se sousední kostkou: Předpokládejme, že rotace první kostky se po rázu prakticky zastaví (to není úplně pravda, protože první kostka ještě stále rotuje a sklouzává po druhé kostce, čímž je druhá kostka ještě urychlována). Při tomto předpokladu $Ih = J\omega_1$, druhá kostka získá moment hybnosti:

$$J\omega_2 = (I \cos \varphi)h \cos \varphi .$$

Rychlost se ustálí, pokud bude $\omega_0 = \omega_2$.

$$\sqrt{\omega_0^2 + mg[h(1 - \cos \varphi) - a \sin \varphi] / J \cos^2 \varphi} = \omega_0 ,$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cos^2 \varphi .$$

Přítom víme, že $\sin \varphi = d/h$, kde d je mezera mezi kostkami. Horní konec kostky se po rázu pohybuje rychlostí $\omega_0 h$. Pokud zanedbáme, že se pohybuje po kružnici, čímž se jeho vodorovná rychlost snižuje, pak rychlost šíření mezi dvěma rázy je pak $\omega_0 h$. První kostka narazí do zadního konce druhé kostky, ale spolu se zadním koncem se rozpohybuje i konec přední, vzruch tak přeskočí

o tloušťku kostky. Rychlost šíření se tím zvýší v poměru $(d + a)/d$, kde a je tloušťka kostky. Pro rychlost pak:

$$v_1 = \frac{d + a}{d} \sqrt{\frac{3g[h(1 - \cos \varphi) - a \sin \varphi] \cos^4 \varphi}{1 - \cos^4 \varphi}}, \quad (2)$$

kde $\sin \varphi = d/h$. Přitom musí být splněno:

$$h(1 - \cos \varphi) - a \sin \varphi \geq 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \geq \frac{a}{h}.$$

Ve skutečnosti se vlna může šířit i pokud je $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \leq a/h$. Do rázu se totiž zapojuje více kostek, které dodají potřebnou energii k převrnutí. Odtud vidíme, že model může být správný jen pro větší φ . Pro malé φ z modelu plyne, že se vlna vůbec šířit nemůže, což je v rozporu se skutečností. Tento model dává spodní odhad rychlosti šíření vlny.

Jiný model: Protože potenciální energie každé kostky se změní (při zanedbání tloušťky kostky) o $h(1 - \cos \alpha)/2$, kde $\operatorname{tg} \alpha = d/a$, tak předpokládáme, že i maximální kinetická energie se bude řádově pohybovat kolem této hodnoty.

$$\frac{1}{2} J \Omega^2 \approx \frac{1}{2} mgh(1 - \cos \alpha),$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{3g(1 - \cos \alpha)}{h}}.$$

Pro jednoduchost pokládejme Ω za úhlovou rychlost poslední padající kostky. Kostky se mezi těmito dvěma nárazy otočí o $\varphi = \arcsin(d/h)$, což trvá dobu $t = \arcsin(d/h)/\Omega$. Za tuto dobu vlna urazí vzdálenost $a + d$. Pro rychlost vlny tedy platí:

$$v_2 = \frac{(a + d) \sqrt{\frac{3g(1 - \cos \alpha)}{h}}}{\arcsin \frac{d}{h}}. \quad (3)$$

Pro rozměry běžných dominových kostek dávají oba výsledky řádově stejné výsledky $v \approx 1 \text{ ms}^{-1}$. Tento odhad je samozřejmě pouze řádový.

V autorském řešení bylo použito několika myšlenek Mirka Hejny.

Martin Soška
martin.soska@centrum.cz

Úloha VI. Exp ... zase domino (8 bodů, řešilo 20 studentů)

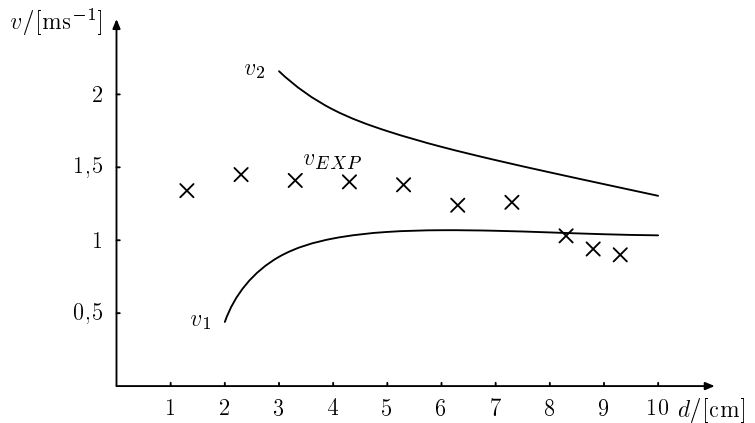
Proměřte rychlost padání dominových kostek z problémové úlohy pro různé podmínky. Můžete např. změřit závislost na vzdálenosti, hmotnosti či výšce kostek. Pokud budete řešit i problémovou úlohu, nezapomeňte porovnat vaši teorii s experimentem.

Tato úloha „plynule“ navazuje na problémovou úlohu VI.P, ve které byla nastíněna teorie pádu kostiček domina. V experimentální úloze bylo naším úkolem tuto rychlost změřit v závislosti na různých rozměrech dominových kostek.

Měření bylo velmi přímočaré: Postavíme kostičky ve stejné vzdálenosti od sebe, do krajní cvrnkeme a měříme čas. Čím více máme kostiček, tím je měřený čas delší a relativní přesnost větší. Vynalézavější jedinci mohli měření času zautomatizovat pomocí domácí elektroniky (videokamera, ...). Kvalita experimentálních výsledků je pak dána tím, jak přesně jsme schopni změřit čas a tím, kolik různých sad dominových kostiček máme k dispozici. Jako dominové kostičky bylo možné použít i například audio a videokazety.

Zde uvádíme příklad experimentálních výsledků pro jedny konkrétní dominové kostičky o výšce $h = 10,8 \text{ cm}$ a tloušťce $a = 1,7 \text{ cm}$.

$a + d$ [cm]	l [m]	t [s]	v_{EXP} [ms ⁻¹]
3	1,5	1,12	1,34
4	2	1,38	1,45
5	3	2,13	1,41
6	3	2,14	1,40
7	3,1	2,18	1,38
8	2,96	2,38	1,24
9	2,97	2,36	1,26
10	3	2,92	1,03
10,5	2,94	3,14	0,94
11	2,97	3,3	0,90



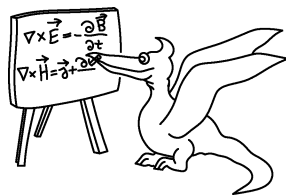
Obr. 1

Závislost rychlosti šíření vlny na vzdálenosti kostiček d jsme vynesli do grafu na obrázku 1. V grafu jsou vyneseny i příslušné teoretické odhady rychlostí v_1 a v_2 podle vztahů odvozených v úloze VI.P ((2) resp. (3)). Vidíme, že použité modely nejsou špatné, naměřená rychlost v_{EXP} leží podle očekávání mezi hodnotami v_1 a v_2 .

Správné řešení experimentální úlohy samozřejmě obsahovalo další měření pro jiné velikosti kostiček. Někteří provedli měření i pro různé hmotnosti stejně velkých kostiček, zde se však závislost rychlosti na hmotnosti nepodařilo (v souladu s teoretickým modelem) prokázat.

V autorském řešení této úlohy byla použita experimentální data získaná Mirkem Hejnou neboť provedl všechny experimenty velmi pečlivě (nezanedbatelnou roli však také hraje přirozená lenost opravovatelů získávat vlastní experimentální výsledky...).

Jiří Franta
jiri.franta@st.mff.cuni.cz



Seriál na pokračování

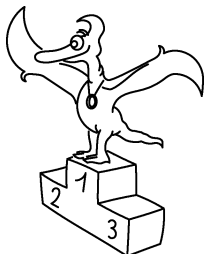
Omluva:

Kvůli časové zaneprázdněnosti autorů seriálu zde nevidíte vzorové řešení poslední úlohy a závěrečný díl seriálu.

Samozřejmě o ně nepřijdete, naleznete je spolu se vzorovým řešením I. série následujícího ročníku.

Případné (akutní) dotazy směřujte na autory seriálu

Lenka Zdeborová & Jan Houštek
lenka.zdeborova@st.mff.cuni.cz jan.houstek@st.mff.cuni.cz



Pořadí řešitelů po VI. sérii



Kategorie čtvrtých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S	V	1	2	3	4	P	E	S	VI	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>33</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>33</i>	<i>200</i>
1	Jan	Kunc	4.A	G Kolín	3	5	2	3	2	8	6	29	2	3	3	3	-	-	3	14	140
2	Miroslav	Kozel	4.A		2	5	1	5	1	4	6	24	3	1	4	3	-	-	5	16	77
3	Peter	Čendula	4.B	G Lipt. Mik.	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	69
4	Vladimír	Fuka	7.A	G Rakovník	-	5	-	-	-	3	-	8	-	-	1	1	-	-	3	5	68
5	Martin	Beránek		G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	66
6	Zoltán	Mics	4.B	G Šahy	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	53
7	Juraj	Feilhauer	B	G Bratislava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	4	2	2	-	-	3	11	52
8	Jan	Kratochvíl	4.K	SPŠST Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	32
9 - 10	Zdeněk	Čejnar	4.A	G Říčany	-	-	-	-	-	6	-	6	-	0	-	1	-	-	-	1	31
9 - 10	Pavol	Mikčo	4.B	G Stropkov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	31
11	Peter	Valachovič	4.B	SPŠ Trenčín	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	0	30
12	Karel	Žídek	4.E	G Opava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	29
13 - 14	Nina	Benešová		G Praha	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	0	27
13 - 14	Martin	Sikora		G Bílovec	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	27
15	Patrik	Hudec	4.C	G Bílovec	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	0	25
16 - 17	František	Havlůj		G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	23
16 - 17	Ondřej	Svítek			3	-	-	-	2	-	6	11	-	-	-	-	-	-	-	0	23
18	Petra	Adamová	4.A	G Benešov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	22
19 - 20	Jakub	Levic	7.B	G Louny	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	21
19 - 20	Jaroslav	Tykal	4.C	G Jihlava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	21
21	Pavel	Řezanka	4.C	G Praha	-	5	1	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-	-	0	20
22 - 23	Dáša	Eisenmann.	4.A	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	19
22 - 23	Ondřej	Plašil	8.B	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	19
24	Sebastian	Höppner			-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	18
25 - 26	Ladislav	Benda		GJKT	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	17
25 - 26	Lukáš	Sobek			-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	17
27	Jaromír	Chalupský	7.A	G Sušice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	16
28	Martin	Szablatura		SPŠ Karviná	-	-	-	-	3	-	-	3	-	-	-	-	-	-	-	0	15
29 - 30	Jan	Bauer	7.A	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	13
29 - 30	Petra	Dobroucká	7	G M. Třebová	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	13
31	Pavel	Hančar		SPŠ Jičín	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	12
32 - 34	Jan	Alster	7.A	G Holešov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
32 - 34	Martin	Holík	4.C	G Bílovec	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
32 - 34	Pavel	Janda	7.	G Telč	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
35 - 37	Michal	Bláha	4.M	SPŠST Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	10
35 - 37	Tomáš	Leško			-	-	0	-	-	-	2	2	-	-	-	-	-	-	-	0	10
35 - 37	Jaroslava	Plasová	8.C	G Klatovy	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	10
38	Ivan	Dovica		G Košice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	9
39 - 42	Martin	Jakl	6.D	G Pardubice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
39 - 42	Pavel	Kočica	4.A	G Uh. Brod	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
39 - 42	Martin	Šimek	6.	G Telč	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
39 - 42	Vojtěch	Uhlíř		G Uh. Hrad.	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
43 - 44	Ivan	Banas	4.G	G Martin	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
43 - 44	Michal	Tarana		G Žilina	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
45 - 46	Martin	Hrba	7.A	G Sušice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	5
45 - 46	Alice	Koželuhová		G Brno	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	5
47 - 49	Petr	Krčmář		G Rožnov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	4
47 - 49	Michal	Nejezchleb		G Rožnov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	4
47 - 49	Michal	Talík		G Broumov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	4
50 - 52	Luďek	Michera		G Rychnov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	3
50 - 52	Martin	Pavel	4.A	G Dobruška	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	3
50 - 52	Lukáš	Schmiedt	4.D	SG Olomouc	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	3
53 - 56	Tomáš	Michalička		GOA Jaroměř	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1
53 - 56	Jakub	Šrom			-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1
53 - 56	Leoš	Veselý			-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1
53 - 56	Pavel	Vráspír	6.	G Polička	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1

Kategorie třetích ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S	V	1	2	3	4	P	E	S	VI	Σ
	<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>33</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>33</i>	<i>200</i>
1	Eva	Skopalová		G Poprad	3	6	1	3	-	8	6	27	2	1	3	3	3	8	5	25	138
2	Miroslav	Šulc	6.B	G Ústí n. L.	2	5	1	3	1	7	2	21	2	4	3	3	-	7	4	23	90
3	Michael	Komm	7.	G Praha	1	4	1	4	3	3	4	20	2	1	1	3	3	-	-	10	87
4	Ľuboš	Bednárik	3.F	G Trenčín	-	-	1	2	-	6	-	9	-	-	1	2	3	8	-	14	79
5	Michal	Hajn		G Jihlava	-	-	-	-	3	3	-	6	2	-	2	3	-	-	3	10	65
6	Miroslav	Frost	6.A	G Brno	-	4	3	-	3	3	6	19	-	4	-	-	-	-	-	4	61
7 - 8	Matej	Dubový	3.B	G Trenčín	-	-	1	2	-	6	-	9	-	-	1	-	-	-	-	1	55
7 - 8	Ondřej	Vencálek	3.B	G F.-M.	-	-	-	-	-	5	-	5	1	-	-	3	0	6	-	10	55
9	Jakub	Galgonek		GPB F.-M.	-	5	-	-	-	3	-	8	-	-	2	3	-	10	-	15	54
10	Zdeněk	Čejka		G Praha	-	3	-	1	-	3	-	7	-	-	3	-	-	-	3	6	50
11	Tomáš	Buchta		G Praha	-	3	-	-	-	-	3	6	-	-	-	-	-	-	-	0	40
12	Iva	Kouřilová	3.B	OA Blansko	-	-	3	-	4	-	-	7	-	-	-	-	-	-	-	0	39
13	Václav	Matouš	3.A	G Klatovy	-	1	-	1	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	0	38
14	Lenka	Beranová	7.C	G Klatovy	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	3	-	8	-	11	35
15	Jindřich	Šťástka	3.E	G Sokolov	1	1	-	-	1	5	-	8	2	1	1	-	1	7	-	12	34
16	Jiří	Kosina	6.	G Blansko	-	4	-	-	-	-	-	4	0	0	-	3	-	-	-	3	33
17	Jakub	Kratochvíl		G Čáslav	1	-	1	-	-	2	-	4	-	-	-	3	-	-	-	3	23
18	Jan	Fröhlich	7.A	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	22
19 - 20	Miroslav	Krůs	3.A	G Klatovy	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	19
19 - 20	Jaroslava	Schovancová		G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	19
21	Milan	Jalový	6.A	G Blansko	-	4	-	-	-	-	-	4	-	-	-	-	-	-	-	0	17
22	Jiří	Eliášek	3.B	G Trutnov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	14
23	Jiří	Palek	3.A	G N. Strašecí	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	13
24 - 25	Pavel	Kwiecien	3.A	G D. Králové	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	12
24 - 25	Zuzana	Svobodová		G Z. Moravce	-	-	0	3	-	-	-	3	-	-	-	-	-	-	-	0	12
26 - 27	Anna	Fučíková		G Třebíč	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	2	-	-	2	11
26 - 27	Jana	Nováková	3.A	G Žďár n. S.	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	1	-	-	-	1	11
28 - 29	Václav	Bouše	3.A	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	10
28 - 29	David	Šubrt		G Děčín	-	2	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	0	10
30	Karol	Martinka	3.G	G Trenčín	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
31 - 33	Michal	Kabát	3.A	G Púchov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
31 - 33	Miroslav	Kačena	7.	G Trenčín	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
31 - 33	Michal	Zapletal	P2C	G Rožnov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
34 - 36	Matěj	Görner		G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	6
34 - 36	Zdenka	Marková	3.A	G Holešov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	6
34 - 36	Karel	Martišek	6.A	G Brno	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	6
37	Peter	Murárik	3.G	G Trenčín	-	-	1	2	-	-	-	3	-	-	-	1	-	-	-	1	4
38	Ondřej	Srba	3.B	G Příbor	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	3
39	Petr	Čech	3.A	G Přerov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	2
40 - 41	David	Herčík		G Liberec	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1
40 - 41	Branislav	Zriny	7.A		-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	1

Naše adresa:

FYKOS**Matematicko-fyzikální fakulta UK — ÚTF****V Holešovičkách 2****180 00 Praha 8****<http://fykos.mff.cuni.cz>**

Kategorie druhých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S	V	1	2	3	4	P	E	S	VI	Σ
	<i>Student</i>	<i>Přílný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>33</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>33</i>	<i>200</i>
1	Miroslav	Hejna	6A8	G Rychnov	3	4	3	3	1	4	6	24	5	4	3	3	6	10	5	36	176
2	Michal	Bareš	6.A	G Plzeň	3	4	3	5	-	9	6	30	2	3	3	3	-	9	3	23	117
3	Lukáš	Chvátal	6A8.	G Brno	-	5	1	3	3	7	6	25	4	4	2	2	-	7	5	24	115
4	Václav	Cviček	2.A	G F.-M.	3	5	3	-	3	6	5	25	2	3	2	2	-	-	-	9	97
5	Tibor	Vansa		G Mor. Ostrava	3	4	1	2	3	4	4	21	5	0	2	3	5	7	2	24	96
6	Jan	Prachař		G Rychnov	-	3	1	3	-	6	6	19	-	-	-	-	-	9	5	14	91
7	Karel	Tůma	6.A	G Mor. Ostrava	1	4	1	2	3	6	5	22	-	0	3	3	1	7	3	17	89
8	Jaroslav	Trnka	2.B	G Praha	1	2	1	3	2	2	2	13	0	0	2	2	4	7	4	19	80
9	Luboš	Matásek	6.A	G Plzeň	-	-	-	-	-	-	-	0	2	3	2	3	1	6	3	20	76
10	Jaroslav	Kudlička	6.A	G Hodonín	-	4	1	3	-	2	3	13	5	4	1	4	-	8	3	25	66
11	Vít	Šípal	2.B	G Ústí n. L.	-	3	1	0	3	-	-	7	2	-	2	-	-	9	3	16	57
12	Barbora	Galaczková	2.B	G Třinec	-	1	-	-	2	4	-	7	0	-	-	0	4	8	-	12	43
13	Miroslav	Havelka		G Zastávka	2	3	1	4	2	4	2	18	-	-	-	-	-	-	-	0	41
14	Petr	Šimek	2.A	G Blansko	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	37
15	Marek	Vyšínka	6AV.	G Brno	3	-	-	1	3	-	-	7	-	-	-	-	-	-	-	0	29
16	Lukáš	Snášel	2.B	COP Hronov	-	-	1	-	2	4	-	7	1	-	-	0	-	-	-	1	17
17	Pavel	Čížek	6.	G Kralupy	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	16
18 - 19	Václav	Varvařovský	5.A	G Plzeň	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	15
18 - 19	Miroslav	Zgažar		SPŠCH Ostrava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	15
20 - 21	Jan	Křivka	2.B	COP Hronov	-	-	0	2	-	-	-	2	1	3	-	-	-	-	-	4	13
20 - 21	Bára	Vostracká	6.		-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	13
22 - 23	Šárka	Kreuzová	6.		-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	12
22 - 23	Stanislav	Mlenský	2.B	COP Hronov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	12
24 - 25	Jan	Kluson	6.	G Litomyšl	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
24 - 25	Petr	Pošta		G Pardubice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
26	Markéta	Růžičková	2.A	G Cheb	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	10
27 - 28	Petr	Gibas	A	G Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	9
27 - 28	Jaroslav	Štencl	B		-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	9
29	Zuzana	Kopová		G Pardubice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
30	Jan	Smrek		G Bratislava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
31	Zdeněk	Stupňánek		G Znojmo	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	6
32	Lenka	Pinkavová	7.	G Č. Budějovice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	5
33 - 34	Pavel	Klouda		G Kyjov	-	-	1	-	-	-	1	2	-	-	-	-	-	-	-	0	3
33 - 34	Ondrej	Klučka		G Bratislava	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	3
35 - 36	Jitka	Bačová		G Olomouc	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	2
35 - 36	Tereza	Cvejnová		G Písek	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	2

Kategorie prvních ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S	V	1	2	3	4	P	E	S	VI	Σ
	<i>Student</i>	<i>Přílný</i>	<i>F.1</i>	<i>MFF UK</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>33</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>33</i>	<i>200</i>
1	Alexandr	Kazda		G Praha	2	6	3	4	3	3	6	27	5	4	3	3	4	7	5	31	111
2	Petr	Houštěk	4.	G Pelhřimov	3	-	-	3	-	1	6	13	-	-	2	3	-	5	2	12	89
3	Hana	Suchoňmelová	9.A	ZŠ Trenčín	-	-	-	3	-	3	-	6	-	-	-	-	-	-	-	0	18
4 - 5	Mária	Šedivá	1.A	ZŠ Trenčín	-	-	-	3	-	3	-	6	-	-	-	-	-	-	-	0	16
4 - 5	Martin	Váňa	1.D	SPSS Praha	1	1	1	1	-	-	-	4	-	-	-	-	-	-	-	0	16
6	Lucie	Vasická		G Most	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	14
7	Michal	Havel		COP Hronov	-	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	0	12
8	Jan	Kuchař		GJKT	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	11
9 - 10	Lukáš	Volesský	1.B		-	-	-	1	1	1	-	3	0	-	1	-	-	-	-	1	8
9 - 10	Jana	Vrábelová			-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	8
11 - 12	Jana	Babovácová		G Most	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	7
11 - 12	Filip	Kozel	1.A	COP Hronov	-	-	0	-	-	2	-	2	-	-	-	-	-	-	-	0	7
13 - 14	Jakub	Kopecký	8.A		-	-	1	-	-	5	-	6	-	-	-	-	-	-	-	0	6
13 - 14	Jan	Křetínský		G Brno	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	6
15 - 16	Miroslav	Frantes		G Benešov	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	5
15 - 16	Přemysl	Rubeš		G Pardubice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	5
17 - 18	Markéta	Novotná		G Hranice	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	2
17 - 18	Zdeněk	Váňa	1.B	COP Hronov	-	-	-	-	1	-	-	1	0	-	-	-	-	-	-	0	2

Fyzikální korespondenční seminář, který je zastřešen Oddělením vnějších vztahů a propagace MFF UK, je organizován studenty MFF UK za podpory Ústavu teoretické fyziky MFF UK a jeho zaměstnanců a Jednoty českých matematiků a fyziků.