

Zadání II. série



Termín odeslání: 10. prosince 2001

Úloha II. 1 ... výtah

Mějme výtah o hmotnosti m , který je pověšen na laně přes pevnou kladku. Za druhý konec lana tahá silou F člověk, který stojí v onom výtahu. Jeho hmotnost je M . Spočtete zrychlení výtahu.

Úloha II. 2 ... tyč

Představte si metrovou ideálně homogenní tyč, kterou na krajích ve vodorovné poloze podepřete prsty. Prsty pomalu začnete přibližovat k sobě (směrem ke středu tyče), udržujete je pořád ve stejné výšce. Statický koeficient tření mezi prsty a tyčí je f_s , dynamický f_d , přičemž $f_s > f_d$. Následný děj podrobně popište.

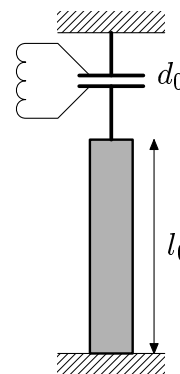
Úloha II. 3 ... fotografování

Při fotografování běžným fotoaparátém nelze dokonale zaostřit na všechny objekty. Ostře se zobrazí pouze body ležící v rovine kolmé na osu objektivu, na kterou je aparát zaostřen. Co se ale stane, když sklopíme ve foťáku film (vůči objektivu)? Kde pak budou body, které se zobrazí ostře? Lze toho nějak prakticky využít?

Úloha II. 4 ... rezonanční obvod

Na obrázku č. 1 je znázorněno zařízení, jímž lze měřit malé změny délky. Hlavní částí je vzduchový rovinný kondenzátor. Mění-li se délka vzorku, mění se vzdálenost desek kondenzátoru, a tedy i rezonanční frekvence LC -obvodu, kterou lze snadno měřit.

Uvažme, že před experimentem byla délka vzorku $l_0 = 10,0$ cm, vzdálenost desek kondenzátoru $d_0 = 1,00$ mm a frekvence $f_0 = 50,0$ kHz. Pak byla teplota vzorku zvětšena o $\Delta t = 110^\circ\text{C}$ a frekvence se snížila o $\Delta f = 950$ Hz. Spočtete koeficient teplotní délkové roztažnosti vzorku.



Obr. 1

Úloha II. P ... chladič

Představte si chladič, který jistě používáte v chemických laboratořích. Jsou to dvě sousední trubky, mezi nimi teče chladicí kapalina, ve vnitřní trubce teče kapalina chlazená. Naší otázkou je, zda je chlazení kapaliny účinnější, tečou-li kapaliny proti sobě či souběžně. Nezapomeňte popsat za jakých zjednodušujících předpokladů úlohu řešíte.

Úloha II. Exp ... elektrostatické pole Země

Změřte velikost elektrostatického pole Země

Návod: Můžete buď přímo měřit potenciálový rozdíl mezi Zemí a izolovaným vodičem v určité výšce (pozor však, musíte zařídit, aby se potenciál tohoto vodiče stihl vyrovnat s potenciálem vzduchu v příslušné výšce — zkuste např. do vzduchu umístit nádobu s vodou tak, aby voda mohla odkapávat a odnášet tak sebou přebytečný náboj). Druhý způsob využívá faktu, že Země má svůj povrchový náboj. Umístíme-li do blízkosti povrchu vodivou desku a uzemníme ji, objeví se na ní náboj. Přikryjeme-li tuto desku jinou uzemněnou deskou, objeví se náboj na ní a z původní vymizí, což můžeme galvanometrem změřit.

Seriál na pokračování

Kapitola 2: Lorentzova transformace a její důsledky I

Principy speciální teorie relativity

Negativní výsledky experimentů týkajících se potvrzení existence éteru vedly k úpravám vlastností éteru. Byla zde například hypotéza, podle které pohybující se tělesa strhávají úplně nebo částečně éter. Tato hypotéza byla však experimenty zamítnuta. K objasnění výsledků provedených experimentů byla vymyšlena celá řada hypotéz (například kontrakce délky ve směru pohybu — jednalo se však o absolutní efekt, neboť zkrácení délky záviselo na pohybu vůči éteru). Vlastnosti hypotetického éteru se s přibývajícými experimenty měnily tak, že existenci éteru nebylo možno prakticky prokázat fyzikálními měřeními. To znamená, že éter je fyzikálně zbytečným pojmem.

Z provedených experimentů vyplynulo, že se světlo ve vakuu šíří ve všech inerciálních systémech a ve všech směrech konstantní rychlostí c plynoucí z Maxwellových rovnic. Toto je zřejmě ve sporu s klasickým skládáním rychlostí, které plyne z Galileiovy transformace. Tato transformace je založena na absolutnosti prostoru a času. K vysvětlení výsledků experimentů bude tudíž nutná zásadní revize našich představ o prostoru a čase, k čemuž na přelomu 19. a 20. století nebyla příliš velká vůle, neboť klasická mechanika byla jinak velice úspěšná. K tomuto kroku se v roce 1905 odhodlal tehdy nepříliš známý Albert Einstein ve své práci „Zur Elektrodynamik bewegten Körper“. Nicméně v této době měla již řada fyziků blízko k formulaci speciální teorie relativity.

Speciální teorie relativity se zabývá popisem fyzikálních jevů v inerciálních vztažných soustavách. Inerciální soustavy tvoří v klasické mechanice význačnou třídu vztažných soustav: pro popis mechanických jevů jsou zcela rovnocenné a od ostatních vztažných soustav se poznají tím, že v nich nepůsobí zdánlivé síly — volný hmotný bod se v nich pohybuje rovnoměrně přímočaře. Základním principem STR je princip speciální relativity (jedná se o rozšíření Galileiova principu relativity): Všechny fyzikální zákony lze vyjádřit rovnicemi, jež mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných systémech. To znamená, že všechny inerciální soustavy jsou pro popis fyzikálních jevů rovnocenné. Druhým principem STR je princip konstantní rychlosti světla: Ve vakuu se světlo šíří ve všech směrech a vůči všem inerciálním soustavám stejnou rychlostí c . Tento princip je vlastně důsledkem prvního principu, neboť rychlost šíření světla ve vakuu plyne z Maxwellových rovnic.

Soustavu spojenou se Zemí je možné pro popis mnoha fyzikálních jevů považovat za inerciální. Prostor a čas mají v této soustavě vlastnosti, které zcela odpovídají vlastnostem prostoru a času v klasické fyzice. Jediným rozdílem ve vlastnostech prostoru a času mezi STR a klasickou fyzikou je tedy to, že prostor a čas nejsou v STR absolutní.

Lorentzova transformace

Mějme dvě inerciální vztažné soustavy S a S' , které se vůči sobě pohybují rychlostí v . V obou soustavách uvažujme kartézské souřadnice. Naším úkolem je nalézt transformaci souřadnic událostí. Tato transformace se v STR nazývá Lorentzova transformace. Předpokládejme, že Lorentzova transformace je lineární (v kartézských souřadnicích). Lineární transformace je nejjednodušší transformací a nemá problémy s inverzí na celém prostoru událostí (časoprostoru — čtyřrozměrný prostor se souřadnicemi t, x, y, z). Galileiho transformace, která musí být limitním případem Lorentzovy transformace pro malé rychlosti soustav ve srovnání s rychlostí světa ve vakuu, je rovněž lineární transformací.

Uvažujme události, které jsou v soustavě S současné a nastávají v rovině kolmé na směr pohybu soustav. V soustavě S' by tyto události měly být rovněž současné a měly by také nastat v rovině kolmé na směr pohybu soustav, neboť jediným význačným směrem je směr vzájemného pohybu soustav. Ze stejného důvodu musí mít tři navzájem kolmé směry v soustavě S , z nichž jeden je rovnoběžný se směrem pohybu soustav, stejně uspořádání i v soustavě S' . To znamená, že

kartézské souřadnice a časové počátky lze v obou soustavách zvolit dříve dohodnutým způsobem (viz Galileiho transformace v minulé kapitole).

Mějme dvě shodné válcové trubice. Trubice A je v klidu v soustavě S a trubice B v soustavě S'. Osy trubic splývají a jsou rovnoběžné se vzájemnou rychlostí soustav. Polohy trubic v soustavách jsou takové, že se trubice pohybují proti sobě. Pokud by se příčné rozměry těles s rychlostí zmenšovaly, potom by v soustavě S prošla trubice B trubicí A. V soustavě S' by to však bylo obráceně — trubice A by prošla trubicí B. Výsledek tohoto pokusu však musí být jednoznačný. Příčné rozměry těles se tedy nemohou s rostoucí rychlostí zmenšovat. Podobně lze ukázat, že se příčné rozměry nemohou s rychlostí zvětšovat. Příčné rozměry těles jsou tudíž nezávislé na rychlosti pohybu tělesa a pozorovatele. Dostáváme tedy vztahy:

$$y' = y, \quad z' = z.$$

Pro souřadnice x' a t' platí:

$$x' = Ax + Bt, \quad t' = Cx + Dt,$$

kde A, B, C, D jsou při dané rychlosti soustav konstanty. Ve vztazích pro x' a t' nemohou vystupovat souřadnice y, z , neboť události se souřadnicemi $x = t = 0$ v soustavě S musí mít v soustavě S' souřadnice $x' = t' = 0$. Pro pohyb počátku soustavy S' ($x' = 0$) v soustavě S platí: $x = vt$. Dostáváme tedy:

$$0 = (Av + B)t \Rightarrow B = -Av \Rightarrow x' = A(x - vt).$$

Obdobně dostáváme pro pohyb počátku soustavy S ($x = 0$) v soustavě S' rovnici $x' = -vt'$, z které plyne vztah:

$$-Avt = -vDt \Rightarrow D = A \Rightarrow t' = Cx + At.$$

Uvažujme, že v čase $t = 0$ vyšleme světelný signál v kladném směru osy x . Pro pohyb signálu potom platí rovnice: $x = ct$ a $x' = ct'$. Z těchto rovnic vyplývá:

$$c = \frac{x'}{t'} = \frac{A(c - v)t}{(A + Ct)t} = c \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{Cc}{A}} \Rightarrow C = -\frac{v}{c^2}A.$$

Dostáváme tedy transformační vztahy:

$$x' = A(x - vt), \quad t' = A \left(t - \frac{vx}{c^2} \right).$$

Zbývá určit hodnotu koeficientu A . Podle principu relativity získáme inverzní transformaci záměnou v za $-v$. Platí tedy:

$$x = A(-v)(x' + vt') = A(-v) \left(A(v)x - A(v)vt + A(v)vt - A(v)\frac{v^2x}{c^2} \right) \Rightarrow A(-v)A(v) = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Později uvidíme, že koeficientem A je dána změna délky ve směru pohybu. Hodnota A tudíž nemůže záviset na znaménku rychlosti v . Dostáváme tedy vztah:

$$A(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma,$$

neboť koeficient A musí být kladný, protože pro $v = 0$ musí být Lorentzova transformace identitou ($A = 1$) a koeficient A musí být spojitou funkcí rychlosti v .

Lorentzova transformace má tedy tvar:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right).$$

Inverzní Lorentzovu transformaci získáme záměnou v za $-v$:

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right).$$

Z tvaru Lorentzovy transformace vidíme, že Galileiho transformace je jejím limitním případem pro $\frac{v}{c} \rightarrow 0$. V Lorentzově transformaci jsou čas a prostor rovnoprávní. Důsledkem je, že se v STR objevuje relativita současnosti. (V klasické fyzice je relativní jen souměrnost).

Lorentzova transformace byla známa ještě před formulací STR. Byla totiž nalezena jako transformace, která zachovává tvar Maxwellových rovnic. Maxwellova teorie elektromagnetického pole je teorií vyhovující STR a nikoliv klasické mechanice. Po objevu Maxwellových rovnic bylo tedy jen otázkou času, kdy dojde k objevu STR.

Kontrakce délek

Uvažujme dvě inerciální soustavy S a S', které se vůči sobě pohybují rychlostí v . Mějme tyč délky l_0 rovnoběžnou se směrem pohybu soustav, která je v soustavě S' v klidu. Souřadnice koncových bodů tyče v soustavě S' jsou x'_1 a x'_2 : $l_0 = x'_2 - x'_1$. Délku tyče měříme v soustavě S v okamžiku t . Pro souřadnice koncových bodů tyče v soustavě S pak platí: $x'_1 = \gamma(x_1 - vt)$ a $x'_2 = \gamma(x_2 - vt)$. V soustavě S tedy naměříme délku l , která je dána vztahem:

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\gamma} = \frac{l_0}{\gamma} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Vidíme tedy, že podélné rozměry těles se s rostoucí rychlostí zkracují. Příčné rozměry těles se však nemění.

Diletace času

Mějme dvě inerciální soustavy S a S' pohybující se vůči sobě rychlostí v . Uvažujme dvě události, které jsou v soustavě S' souměrné a jejich časový rozdíl činí Δt_0 . V soustavě S pozorovatel naměří časový rozdíl Δt , pro který platí:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma\left(t'_2 - t'_1 + \frac{v(x'_2 - x'_1)}{c^2}\right) = \gamma\Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Pohybující se hodiny jdou tedy pomaleji než stejné hodiny, které jsou vůči pozorovateli v klidu.

Relativita současnosti

Nechť S a S' jsou inerciální soustavy, které se vůči sobě pohybují rychlostí v . Mějme dvě události, které jsou současné v soustavě S'. Pro jejich časový rozdíl v soustavě S potom platí:

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right) = \gamma\frac{v\Delta x'}{c^2}.$$

Vidíme tedy, že tyto události v soustavě S obecně nebudou současné! To je podstatný rozdíl mezi STR a klasickou fyzikou, ve které je současnost událostí absolutní. Současnost dvou událostí je absolutní pouze v případě, kdy jsou tyto události také souměrné. Z předcházejícího vztahu rovněž plyne, že systém synchronizovaných hodin v soustavě S' není synchronizovaný v soustavě S.

Fyzikální korespondenční seminář, který je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK, je organizován studenty MFF UK za podpory Ústavu teoretické fyziky MFF UK a jeho zaměstnanců a Jednoty českých matematiků a fyziků.