

Úloha I.P ... Měsíc z Marsu

5 bodů; průměr 2,35; řešilo 69 studentů

Může být někdy vidět Měsíc z Marsu pouhým okem? Svou odpověď podpořte náležitými výpočty.
Kuba chtěl být stručný.

Úlohu si rozdělíme na několik podbodů:

- Bude Měsíc dostatečně jasný?
- Bude Měsíc úhlově rozlišitelný od Země?
- Nebude Měsíc přesvícen Zemí?
- Bude Měsíc při pozorování dostatečně úhlově vzdálen od Slunce?

Bude Měsíc dostatečně jasný?

Měsíc i Mars pro potřeby řešení posadíme na kruhové dráhy kolem Slunce ležící v jedné rovině. Označme si poloměr dráhy Měsíce a_1 , poloměr dráhy Marsu a_m a úhel mezi průvodiči těles α . Pak pro vzdálenost Měsíce a Marsu a_{1m} platí dle kosinové věty

$$a_{1m} = \sqrt{a_1^2 + a_m^2 - 2a_m a_1 \cos \alpha}.$$

Dále pro úhel φ sevřený mezi a_1 a a_{1m} platí

$$\varphi = \arccos \frac{a_1^2 + a_{1m}^2 - a_m^2}{2a_{1m}a_1}.$$

Poměr osvětlené části povrchu Měsíce viditelné z Marsu ku povrchu osvětlené části Měsíce při úplňku je roven

$$\frac{\pi - \varphi}{\pi}.$$

Nyní můžeme sestavit Pogsonovu rovnici a zjistit hvězdnou velikost Měsíce při pozorování z Marsu. Pro světelný tok dopadající ze Slunce na jednotkovou plochu ve vzdálenosti Země platí

$$\Phi_S = \frac{L_S}{4\pi a_1^2},$$

kde L_S je celkový světelný výkon Slunce.

Pro světelný tok přicházející od Měsíce k Marsu platí

$$\Phi_1 = \Phi_S \pi R_1^2 \frac{A_1}{2\pi a_{1m}^2} \frac{\pi - \varphi}{\pi},$$

kde R_1 je poloměr Měsíce a $A_1 \doteq 0,136$ je Bondovo albedo Měsíce.¹ Po dosazení do Pogsonovy rovnice dostaneme

$$m_1 = m_S + 2,5 \log \frac{2\pi a_{1m}^2}{A_1 R_1^2 (\pi - \varphi)},$$

kde m_S je zdánlivá hvězdná velikost Slunce při pozorování ze Země. Nyní můžeme zkusit nalézt minimum v závislosti na parametru α . Analytické nalezení minima by ale bylo velmi pracné, ne-li nemožné, určíme jej tedy numericky, například pomocí excelové funkce Řešitel. Po výpočtu vyjde $m_1 \doteq 1,4$ mag pro $\alpha \doteq 19,6^\circ$, což je dostatečná jasnost na pozorování okem.

¹Zde uvažujeme zjednodušený model, kdy Měsíc rozptyluje světlo rovnoměrně do poloprostoru a plošná jasnost Měsíčního disku klesá rovnoměrně s rostoucím fázovým úhlem.

Model, který jsme použili, je sice jednoduchý, v přírodě se ale nevyskytuje, proto zde ještě ukážeme fyzikálně správnější model.² Pro rozptyl světla na měsíčním povrchu použijeme lambertovský model, který říká

$$I(\alpha) = I(0) \cos \alpha,$$

kde $I(0)$ je intenzita rozptýlená do stejného směru, ze kterého paprsek přišel, a α je fázový úhel, tedy úhel mezi dopadajícím paprskem a směrem, do kterého nás rozptyl zajímá.

Odvození pro náš případ je složité, omezíme se zde pouze na výsledný vzorec. Pro světelný tok dopadající z Měsíce na jednotkovou plochu ve vzdálenosti Marsu platí

$$\Phi_1 = \Phi_S \left(\frac{R_1}{a_{1m}} \right)^2 A_g \left[\left(1 - \frac{\varphi}{\pi} \right) \cos \varphi + \left(\frac{1}{\pi} \right) \sin \varphi \right],$$

kde R_1 je poloměr Měsíce a A_g je geometrické albedo Měsíce, což je poměr mezi skutečnou jasností tělesa při nulovém fázovém úhlu a jasností lambertovského disku o stejném průřezu.

Pro lambertovský rozptyl platí mezi geometrickým a Bondovým albedem vztah

$$A_g = \frac{2}{3} A_1.$$

Po dosazení do Pogsonovy rovnice a minimalizaci hvězdné velikosti dostaneme $m_1 \doteq 2,1$ mag pro $\alpha \doteq 43,5^\circ$.

Bude Měsíc úhlově rozlišitelný od Země?

Úhlovou vzdálenost Měsíce od Země při pozorování z Marsu určíme jako

$$\psi \approx \frac{a_{z1}}{a_{1m}},$$

kde a_{z1} je vzdálenost Měsíce od Země. Po dosazení a převedení na stupně vyjde $\psi \doteq 8,4'$, což je více než rozlišovací schopnost lidského oka, která je běžně uváděna kolem $1'$ ³.

Nebude Měsíc přesvícen Zemí?

Musíme vyšetřit, jestli nebude Měsíc přesvětlen blízko stojící Zemí. Jde o efekt, kdy si vedle člověka držícího hořící svíčku stoupne člověk s reflektorem, a vy svíčku přestanete vidět. Protože tento efekt souvisí hlavně s fyziologií oka a se zpracováním obrazu v mozku, je takřka nemožné na tuto otázku podat kvantitativní odpověď.

Omezíme se proto na připodobnění situace k něčemu, co známe z pozemské oblohy, a podle toho odhadneme možnost pozorování. Pokud vypočítáme jasnost Země dle postupu uvedeného v předchozí sekci, dostaneme při albedu $A_e \doteq 0,306$ hvězdnou velikost Země $m_e \doteq -1,6$ mag, což je jasnost srovnatelná s jasností Siria. Jasnost Měsíce je přibližně srovnatelná s jasností Polárky. Úhel mezi Zemí a Měsícem je srovnatelný s dvojnásobkem úhlové vzdálenosti složek dvojhvězdy ε Lyr. Dle mého názoru by tedy Měsíc mohl být rozlišitelný, bude ale záležet na zraku pozorovatele a jeho zkušenostech.

²Který ale v případě malých těles sluneční soustavy, kam řadíme i Měsíc, také není příliš přesný.

³Rozlišovací schopnost oka je dána hustotou tyčinek a čípků a dalšími fyziologickými vlastnostmi, ne difrakčním limitem, který je menší.

Bude Měsíc při pozorování dostatečně úhlově vzdálen od Slunce?

Dále se ptáme, na jak temné obloze bude vlastně Měsíc pozorovatelný. Elongaci Měsíce⁴ vypočteme jako $\vartheta = 180^\circ - \alpha - \varphi$. Pro α z první části vyjde $\vartheta \doteq 41^\circ$. Na Zemi je astronomická noc definována jako doba, kdy je Slunce alespoň 18° pod obzorem, po tuto dobu je v podstatě dokonalá tma, co se týče rozptylu slunečních paprsků v atmosféře. Mars má daleko řidší atmosféru než Země, světlo se v ní tedy hůře rozptyluje. Pokud bychom si vhodně zvolili pozorovací stanoviště, bylo by možné, aby i za podmínek „pozemské“ astronomické noci byl Měsíc až 23° nad obzorem, byl by tedy dobře pozorovatelný.

Komentář k došlým řešením

Mnoho z vás jako jediný relevantní parametr viditelnosti Měsíce uvažovalo úhlovou velikost Měsíce na obloze. Jde ale o parametr, který má zanedbatelný vliv. Ostatně všechny hvězdy na obloze mají daleko menší úhlový rozměr, než je rozlišovací schopnost oka, a přesto je vidíme jako bodové zdroje.

Lukáš Timko
lukast@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁴Úhlovou vzdálenost od Slunce.