

Úloha III.1 ... těžký vzduch

2 body; průměr 1,74; řešilo 57 studentů

Jakou hmotnost má zemská atmosféra? Jakou část hmotnosti Země tvoří? Pro potřeby výpočtu znáte pouze hmotnost Země M_Z a poloměr R_Z Země, gravitační zrychlení a_g na povrchu Země, hustotu vody ρ a víte, že blízko povrchu Země v hloubce $h_1 = 10\text{ m}$ má hydrostatický tlak hodnotu zhruba jedné atmosféry $p_a = 10^5\text{ Pa}$.

Nápověda *Jedná se o jednoduchou úlohu. Nejde nám o dokonale přesné řešení, ale o kvalifikovaný odhad podložený výpočtem.*

Karel viděl zajímavou miskoncepci, podle níž je na Měsíci člověk lehčí jenom kvůli tomu, že je Měsíc menší. (A co kdyby byl hustší?)

Vydeme z informace, že v hloubce h_1 je stejný tlak jako atmosférický (v zadání byl myšlen samozřejmě atmosférický tlak za standardních podmínek). Obecně pro hydrostatický tlak v kapalině o hustotě ρ v homogenním tíhovém poli platí $p = \rho hg$, kde g je tíhové zrychlení a h je hloubka. Současně můžeme vyjádřit tlak jako sílu, která působí na určitou plochu, tedy například jako tíhovou sílu F_G , kterou působí celá atmosféra o hmotnosti M na povrch Země, který označíme S . Vzhledem k tomu, že nás zajímá pouze odhad, tak Země považujeme za dokonalou homogenní kouli o poloměru $R_Z \approx 6 \cdot 10^6\text{ m}$ a hustotu vody bereme rovnu $\rho \approx 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Potom

$$p_a = \rho h_1 g = \frac{F_G}{S} = \frac{Mg}{4\pi R_Z^2} \Rightarrow M = 4\pi \rho h_1 R_Z^2 \approx 5 \cdot 10^{18}\text{ kg}.$$

Hmotnost atmosféry jsme odhadli na $5 \cdot 10^{18}\text{ kg}$. Pokud budete hledat hmotnost atmosféry na Wikipedii, tak naleznete stejnou hodnotu. Hmotnost Země je $M_Z \approx 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$, podíl hmotnosti atmosféry na hmotnosti celé Země je tedy přibližně $M/M_Z \approx 8 \cdot 10^{-5}\%$.

Co jsme všechno zanedbali? Například to, že $g \neq a_g$. Tíhové zrychlení se i na dokonalé kouli mění místo od místa, pokud jste na rotujícím objektu, což Země je. Nicméně rozdíl mezi tíhovým zrychlením na rovníku a na pólu je relativně malý. Také jsme neuvážili změnu a_g v závislosti na výšce nad Zemí.

Jak jsme již zmínili, neuvažovali jsme rozložení hmoty Země. Jednak máme hory, a pak máme zase propadliny, jako je oblast Mrtvého moře. Prostě celkově jde o hrubý odhad, který je ale relativně dobrý.

Komentář k došlým řešením

Daleko častěji jste zvolili řešení vycházející z údaje o atmosférickém tlaku – tedy řešení bylo $m = F/a_g = p_a S/a_g = 4\pi R_Z^2 p_a/a_g$. Samozřejmě je také správné, respektive s dostatečnou přesností správné a nepřesnosti má stejné jako autorské řešení.

Při odevzdávání bylo asi nejčastější chybou opomenutí zodpovězení druhé otázky v zadání (dokonce přestože někteří zadání do svého řešení přepsali/zkopírovali...) a alespoň zmínění některých zanedbaných vlivů. Kdo zapomněl na obojí, přišel o bod. Zmínka je zde kvůli tomu, že u jednoduché úlohy sice nechceme dokonalé řešení, ale i tak chceme alespoň slovní komentář o tom, co jste si vědomi, že zanedbáváte.

Karel Kolář

karel@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.