Tímto poněkud opožděně (jak je naším zvykem) uzavíráme sedmý ročník FKS. Dostáváte zpět svá řešení, k nim následující autorské komentáře a konečně také výsledné pořadí řešitelů, které shrnuje vaše celoroční snažení. Děkujeme všem, kteří s námi vydrželi až do konce a pokud se zapojí i v příštím ročníku, těšíme se na setkání třeba na soustředění (pravděpodobně už na podzim). Pokud jste přece jen po několika sériích odpadli, nic vám nebrání (zůstáváte-li stále mezi středoškoláky) to zkusit v následujícím roce - první série vám zašleme už v září nebo říjnu. A pokud jste již třetí stupeň vzdělávání úspěšně završili, postarejte se alespoň o to, aby se na vaší škole na fyzikální seminář nezapomnělo: pokud byl pro vás FKS nějakým přínosem, bylo by pěkné, kdyby mohl posloužit i vašim následníkům.

Na shledanou po krásných prázdninách se za organizátory FKS těší

# *Řešení páté série*

**Řešení úlohy V.1**

(maximální počet bodů 5, řešilo 20 studentů)

Pro vyřešení stačilo použít ZZ mechanické energie a rozmyslet si, jak se může chovat náplň v lahvi. Některým to bohužel činilo potíže. Našli se ale i experimentátoři, kteří si vše ověřili pokusem. To bych doporučoval i ostatním.

1. Při pohybu dolů se potenciální energie ($E_p$) mění na kinetickou energii posuvného pohybu ($E_k$) a také rotačního ($E_r$). Pohyb se děje bez podkluzování, je tedy posuvná energie těžiště rovna obvodové rychlosti v místě dotyku. Je-li náplní ideální tekutina bez tření, bude rotovat pouze obal. Druhým extrémem je tuhá náplň pevně spojená s lahví - ta bude rotovat celá se stejnou úhlovou rychlostí. V reálném případě bude záležet na viskozitě a v lahvi se nejspíš utvoří vrstvy rotující zmenšující se rychlostí. Ač se tedy jedná o různé ω, můžeme rozdíly vyjádřit pomocí momentů setrvačnosti náplně - půjde nám vždy jen o energii.

Indexy veličin jsou pro lahev L a pro náplň N.

ZZE: $\left(m_L + m_N\right) gh = E_p = E_k + E_r = \frac{1}{2}\left(m_L + m_N\right) v^2 + \frac{1}{2}\left(J_L + J_N\right)\omega^2$

dosadíme $\omega = v/R$ a po úpravách dostaneme

$$v^2 = \frac{2gh(m_L + m_N)}{(m_L + m_N) + (J_L + J_N)/R^2}$$

případně můžeme ještě zpřesnit dosazením $J_L = m_L R^2 \quad 0 < J_N < \frac{1}{2} m_N R^2$

$$J_N = k m_N R^2 \quad 0 < k < \frac{1}{2}$$

Teď už jen zbývá určit, který zlomek je větší - zda při $m_N = 0$ či $m_N \neq 0$. Buď je budeme zároveň upravovat, až dojdeme ke zřejmé nerovnici, nebo můžeme použít derivace a určit její znaménko.

$$\frac{d\left(v^2\right)}{d\,m_N} = \frac{2gh\,m_L\left(1-k\right)}{\left[(m_L + m_N) + (m_L + k\,m_N)\right]^2} > 0$$

Je tedy vidět, že v každém případě se plná lahev bude kutálet rychleji.

2. Pro určení dojezdu lahví po opuštění nakloněné roviny můžeme opět použít ZZ energie.
Na lahve působí po dobu brždění třecí síla, závislá jen na celkové hmotnosti lahve (přítlaku). Práce této síly po dráze je rovna celkové kinetické energii, ta byla rovna potenciální energii ve stejné výšce.

$$F_t = \frac{\xi}{R} F_g \qquad \frac{\xi}{R}(m_L + m_N)g.s = E_t = E_k + E_r = E_p = (m_L + m_N)gh$$

$$s = \frac{Rh}{\xi}$$

Obě lahve tedy dojedou stejně daleko.

3. Zde stačí obrátit úvahu z bodu 1. Budou-li mít lahve na úpatí stejnou rychlost, dojede výše prázdná. Udělíme-li jim stejnou energii (vztaženou na hmotnost), dojedou samozřejmě stejně vysoko.

Pokud bychom uvažovali tření v kapalině, musíme úvahy poněkud zkorigovat. Potenciální energie se bude zčásti spotřebovávat i na práci třecích sil. Plná lahev se tedy nemusí vždy pohybovat rychleji a určitě nedojede stejně daleko (také proto, že náplň bude rotovat ještě chvíli po zastavení lahve). Nikdy také nedojede stejně vysoko.
Někteří z vás používali při řešení i pohybové rovnice. Je ale třeba si vždy uvědomit, že složka gravitační síly na nakloněné rovině nebo třecí síla na podložce nejen uvádí do pohybu láhev, ale zároveň ji i roztáčí.

## Řešení úlohy V.2

(maximální počet bodů 3, řešilo 8 studentů)
Tato úloha vznikla na základě výsledku jednoho experimentu a nemáme žádné ověřené a autoritativní řešení: následující pojednání je jen naším názorem na daný problém spojené s některými vašimi nápady.
Bohužel jen málokdo z vás si mohl vyzkoušet uvedený úkaz v praxi; někteří experimentovali se svíčkou a umělými cylindry, ale zde je situace poněkud jiná. Proto jste se také většinou jen dohadovali, jaká je vlastně změna plamene a jeho barvy. Popišme tedy celý jev důkladněji.
Petrolej vzlíná knotem až do míst, kde se stýká s plamenem; zde se odpařuje a hoří (u svíčky naopak hoří kapalný parafín); knot přitom ohořívá jen nepatrně. Žhavé zplodiny pak vycházejí ven otvorem cylindru. Naopak dírami v těle petrolejky proudí dovnitř množství vzduchu dostatečné k tomu, aby spalování probíhalo rychle, plamen byl jasný a krátký.
Při uzavření otvoru v cylindru nastanou změny zejména v proudění plynů a jejich teplotě. Zplodiny se shromažďují v cylindru a přísun vzduchu je značně omezen. Plyn klesá podél chladnějších stěn a opětovně stoupá prostředkem cylindru. Protože nepřichází tolik chladného vzduchu, měla by se teplota uvnitř mírně zvýšit, ale vliv na odpařování asi nebude tak velký, neboť zde je rozhodující teplota plamene. Vlivem

špatného okysličování probíhá hoření petroleje pomaleji, plamen je řidší a tedy i tmavší a chladnější. Důvod pro prodloužení plamene je ten, že páry stoupající v proudu vzduchu shoří pomaleji a dostanou se tedy výše než při otevřeném cylindru. Ke spalování ve větší výšce také přispívá menší koncentrace spalin, které se (zejm. $CO_2$) hromadí ve spodní části cylindru. Při nedokonalém spalování je navíc plamen podstatně čadivější.

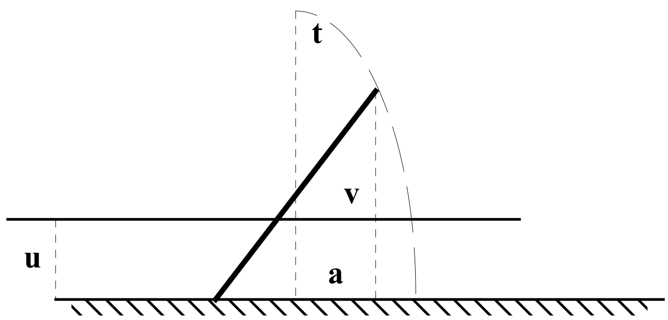
**Řešení úlohy V.3**

(maximální počet bodů 5, řešilo 15 studentů)

Přestože zadání úlohy nevypadalo jednoduše, většina z vás správně odhalila způsob k rozlousknutí alespoň první části problému. Na tyč působí jen dvě síly, tíhová a tlak podložky, a obě mají svislý směr. A protože tedy není žádné síly ve vodorovném směru, pohybuje se těžiště (střed tyče) čistě vertikálně. Máme-li navíc dáno, že jeden konec tyče klouže po podlaze, je její trajektorie zcela určena. Není potřeba psát pohybovou rovnici; vzhledem k rotaci tyče by bylo potřeba počítat s momentem setrvačnosti a výsledek by vyšel dosti komplikovaný - rozhodně nepůjde o volný pád nebo pohyb s konstantním zrychlením, jak se někteří domnívali.

Jak jest vidět z obrázku 1: v okamžiku, kdy je horní konec ve výšce h nad povrchem, je jeho vzdálenost od svislice t (kde stála na začátku tyč a po které se pohybuje těžiště) rovna $a = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - v^2}$, číselně √3/2=86,6 cm. Je-li tedy deska stolu dále od svislice t, tyč do ní neudeří.

**Obr. 1**




Druhá část problému již vyžadovala opatrnější přístup a také složitější aparát - proto byla také dána možnost řešit úlohu graficky nebo na počítači. Úkolem bylo sledovat pozici tyče ve výšce u=0,5 m (v obecnějším pojetí hledáme plochu, ve které se tyč pohybuje). Podle obrázku protíná tyč tyto výšku ve vzdálenosti $b = \left(\frac{l}{2} - \frac{u}{v}\right)\sqrt{l^2 - v^2}$ od svislice t. Číslo v, což je výška druhého konce, probíhá hodnoty od l do 0 a my hledáme na tomto intervalu maximum pro b jako funkce v. Graficky najdeme tuto hodnotu jako bod nejvzdálenější od svislice t, ve kterém protne některá z úseček představujících tyč přímku ve výšce u. Stejně tak můžeme hledat maximum fce b(v) na počítači. Pokud vám však není neznámý pojem derivace, lze snadno dokočit řešení následovně:

$\frac{db}{dv} = \frac{(v - 2u)}{2\sqrt{l^2 - v^2}} - \frac{u\sqrt{l^2 - v^2}}{v^2} = 0$ dává po úpravě $v^3 = 2l^2 u$. Je to jediný extrém na uvažovaném intervalu a zřejmě maximum. Pokud tento výsledek dosadíme do výrazu pro b, dostáváme $b = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt[3]{\frac{4u^2}{l^2}}\right)\sqrt{l^2 - \sqrt[3]{2l^2 u}}$, což jinak psáno

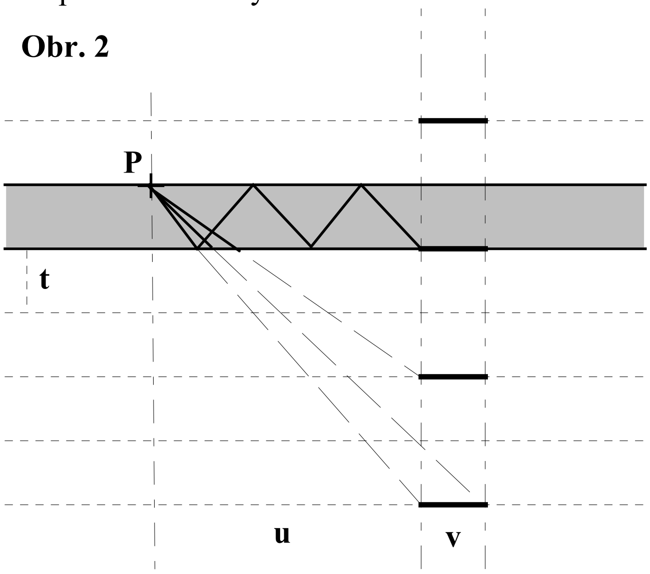
$\frac{2b}{l}=\left(1-\left(\frac{2u}{l}\right)^{2/3}\right)^{3/2}$ a ještě jinak $b^{2/3}+u^{2/3}=\left(l/2\right)^{2/3}$, tedy rovnici křivky zvané asteroida (čtvrtina této křivky ohraničuje již zmíněnou plochu). Pro naši konkrétní hodnotu u=0,5 m máme b=22,5 cm.

## Řešení úlohy V.4

(maximální počet bodů 4, řešilo 10 studentů)

S fyzikou měla tato úloha jen málo společného - jedinou potřebnou znalostí byl zákon odrazu a ostatní už byla záležitost geometrie. Ale protože právě geometrická představivost je často klíčem k úspěchu při řešení obtížnějších optických problémů, zdá se účelné si ji procvičit na jasné a přesné formulaci řešení této nepříliš komplikované úlohy.

**Obr. 2**




Snad nejpřehlednějším přístupem je zakreslovat násobné odrazy plakátu v obrazových rovinách rovnoběžných se stěnami chodby (jak to ukazuje obr. 2). Namísto odrazu nám nyní paprsek prochází do obrazového prostoru pod nezměněným úhlem, tedy místo lomené čáry kreslíme jeho dráhu přímkou. Obrazy rovin stěn jsou od sebe vzdáleny t = 3 m (šířka chodby) a obraz plakátu je na každé druhé z nich. Zajímají nás polohy krajních bodů plakátu, které jsou kritériem překryvu; jejich obrazy leží na přímkách kolmých ke stěnám chodby a vzdálených od pozorovatele u a u+v, kde u = 4 m (bližší okraj) a v = 0,4 m (šířka plakátu). Protože tangens je funkce na uvažovaném intervali rostoucí, můžeme namísto porovnávání úhlů, pod kterými pozorujeme části jednotlivých obrazů, srovnávat jejich tangenty, tedy poměry $\frac{u}{(2k+1)\,t}$ a $\frac{u+v}{(2k+1)\,t}$, kde k = 0,1,2,... K překryvu k. a k+1. obrazu dojde za podmínky $\frac{u}{(2k+1)\,t}>\frac{u+v}{(2k+3)\,t}$, tedy $k>\frac{u}{v}-\frac{1}{2}$. Pro naše hodnoty je výraz na pravé straně roven 9,5; tedy obrazy pro k=0,1,..,9 uvidíme celé a první se překryje až 10. a 11. obraz (obecně uvidíme $\left[\frac{u}{v}+\frac{1}{2}\right]$ obrazů, kde $[x]$ je celá část z x). V případě postavení uprostřed chodby budou tangenty uvaž. úhlů pouze mírně pozměněny: $\frac{u}{\left(2k+\frac{1}{2}\right)t}$ a $\frac{u+v}{\left(2k+\frac{1}{2}\right)t}$. Počet nepřekrytých obrazů je stejný jako v prvním postavení - 10.

Další otázkou jest, při jaké rozlišovací schopnosti budeme moci přečíst i ten poslední nepřekrytý nápis (podle obrázku je zřejmě nejdál a je tedy zdánlivě nejmenší). Výšce

písma b odpovídá na k-tém obrazu úhlová velikost $\varepsilon = \dfrac{b}{\sqrt{(2k+1)^2 t^2 + (u+v)^2}}$ (pro vzdálenější okraj nápisu). Pro k=9 a zadané hodnoty (b=127 mm) je tento úhel ε=7' 38" ( ' jsou úhl. minuty a " vteřiny). Výšku písma v novinách jste uvažovali v průměru asi 3 mm, tedy pro srovnání úhl. rozměr činí 20' 38", tj. téměř 3× více. Pro pozici pozorovatele uprostřed chodby se vzdálenost ve jmenovateli změní jen nepatrně a srovnání vyjde téměř nastejno. Je zde ještě otázka příčného rozměru nápisu: v tomto směru jsou písmena zmenšena více, neboť nápis je mírně stočen - u desátého obrazu to však činí méně jak 5°, což znamená změnu délky 0,2%.
De facto můžeme pozorovat dvě série obrazů: na protější stěně ty, které prošly sudým počtem odrazů (včetně vlastního plakátu s nulovým počtem odrazů), a na druhé stěně ty s lichým počtem odrazů. Překrývání druhé série je velmi obdobné té první a stejně jako v probraném případě můžeme vidět celkem deset nepřekrytých obrazů. Většina z vás uvažovala jen první sérii, neboť ta druhá se nacházela jaksi "mimo úhel pohledu". To přináší otázku, zda stojíce přímo u stěny opravdu můžeme či nemůžeme druhou sérii vidět; to byl také důvod srovnání s případem postavení uprostřed chodby. Je zde zřejmě třeba uvážit konečné rozměry pozorovatele, který není jen okem na špendlíkové hlavičce. Vezmeme-li průměr jeho hlavy cca 20 cm, činí to na vzdálenost šířky chodby méně než 4°, tedy pro pozorovatele uprostřed chodby leží i desátý obraz z obou sérií mimo zastíněnou oblast. Pozorovatel u stěny může ovšem stát tak blízko zrcadlící plochy, že druhou sérii zcela zastíní.

## Řešení úlohy V.5

(maximální počet bodů 5, řešilo 6 studentů)

Starověcí astronomové měli k dispozici dva poměrně časté jevy (na astronomická měřítka), zatmění Slunce a Měsíce. Teoreticky lze snadno nalézt čtyři rovnice pro neznámé $r_m$, $r_S$, $R_m$, $R_S$ (vzdálenost Země-Měsíc, Země-Slunce, poloměr Měsíce a Slunce), bohužel však není každá metoda s tehdejší přesností měřitelná. Nutnou podmínkou pro určování vzdáleností byla znalost rozměrů Země. Obvod Země určil již Eratosthenes a starověcí astronomové měli to štěstí, že chyby vzniklé při měření se tak nějak odečetly, takže mu vyšla celkem správná hodnota. Zajímavé je, že nikdo neupozornil na problematičnost měření vzdálenosti Měsíce vzhledem k nenulové excentricitě jeho oběžné dráhy. Starověcí astronomové si toho museli všimnout především při úplným zatmění Slunce a tzv. prstencovém zatmění. Měsíční kotouč může zakrývat 93 % až 106 % slunečního disku.

*Zatmění Měsíce.*Za předpokladů, že známe oběžnou dobu Měsíce a že vzdálenost Měsíce je mnohem větší než poloměr Země, snadno určíme $r_m$: Za čas t Měsíc projde stínem Země, u kterého předpokládáme, že je tvořen rovnoběžnými paprsky, a tak $r_m \dfrac{\omega t}{2} = R_Z$. Dostáváme výsledek zatížený chybou již samotného odvození, $r_m = \dfrac{R_Z T}{\pi t}$. Po uvážení chyby měření času odhaduji přesnost měření asi na 10 %.

Jiná metoda, která je velice nepřesná, spočívá přímo v měření paralaxy ze dvou různých míst na Zemi. Chyba této metody je přímo úměrná vzdálenosti nebeského tělesa a samozřejmě součtu absolutních chyb změřených úhlů. S přesností antického pozorovatele lze u Měsíce těžko dosáhnout lepší chyby než nějakých 50 % a změřit touto metodou třeba Mars bylo tehdy nemožné.

Dobře známým faktem také bylo, že úhlová velikost Slunce a Měsíce je přibližně stejná. Při zatmění Slunce mohli tento úhel i celkem přesně určit měřením doby zatmění. Odtud však nedostaneme více než poměr $\frac{R_S}{R_m}=\frac{r_S}{r_m}$. Další metody vyžadují buď větší znalosti astronomických zákonů nebo jsou s tehdejší přesností neměřitelné. Například kdybychom měřili odchylku Slunce a Měsíce v čtvrti, potřebovali bychom přesnost měření řádově minuty nemluvě o tom, jak přesně lze tuto fázi Měsíce odhadnout.
Pro určení vzdálenosti vnitřních planet od Slunce (v jednotkách $r_S$) stačí změřit elongaci (maximální úhlovou vzdálenost $\alpha$ planety od Slunce), neboť platí $r_p = r_S \sin\alpha_m$ Na vnější planety funguje podobná metoda měřením význačných poloh planet (nejrůznější konjukce a pod.)
Určení oběžné doby planet vám nečinilo potíže. Stačilo uvědomit si rozdíl mezi syderickou a synodickou oběžnou dobou. Pro vnitřní planety platí: $T_p=\frac{T_Z t_p}{t+T_Z}$ a pro vnější $T_p=\frac{T_Z t_p}{t-T_Z}$, kde $t_p$ je doba, za kterou je planeta ve stejné poloze vůči Slunci (siderická oběžná doba).
Největší paralaxu bychom teoreticky dostali ze vzdálenosti nejbližší hvězdy, ze které bychom kolmo pozorovali 1 AU. Všechny ostatní zdánlivé pohyby hvězd vůči sobě jsou menší než tato nejmenší paralaxa, jejíž hodnota je řádově v úhlových vteřinách. Velice dobře znatelným jevem na obloze byl pohyb hvězdného nebe v důsledku precese zemské osy, jehož objevitelem byl také Hipparchos; to sem ale nepatří. Skutečné posuny hvězd během roku mohou být maximálně také nějaké ty minuty, a tak i při přesných a starých záznamech (200 let) by se tento jev pohyboval právě někde na hranici tehdejší přesnosti měření. Proto antičtí vědci dospěli k závěru, že sféra hvězd je neměnná a tak s ní také dále zacházeli.
Na závěr přikládám dramatický příběh převzatý a přeložený z encyklopedie Britaniky *Hipparchos contra Měsíc@Slunce*:

> Hipparchos také zaútočil na problém relativní velikosti Slunce a Měsíce a jejich vzdálenosti od Země. Samozřejmě již dlouho bylo známo, že zdánlivý průměr Slunce a Měsíce je stejný, a mnoho astronomů se pokoušelo změřit poměr velikostí a vzdáleností obou těles. Eudoxos obdržel hodnotu 9:1, Archimedes 30:1, zatímco Aristarchos věřil, že správná hodnota je 20:1. Současná hodnota je přibližně 393:1. Hipparchos vycházel z metody užívané Aristarchem, postupu, který je založen na měření šířky zemského stínu ve vzdálenosti Měsíce (měření doby průchodu stínu přes měsíční disk během zatmění Měsíce). Toto měření dává ve skutečnosti hodnotu paralaxy (zdánlivé pozice nebeského tělesa, které pozorujeme ze dvou různých vzdáleností), a tak, na rozdíl od Měsíce, paralaxa Slunce je velice malá na to, aby poskytla nějaké řešení. Mimoto přesnost dosažitelná i pro vzdálenost Měsíce je bídná. Hipparchos, nespokojiv se s těmito výsledky, pokoušel se najít hranice, mezi nimiž sluneční paralaxa musí ležet, při pozorování a výpočtech zatmění Slunce, aby to souhlasilo. Doufal, že rozdíly mezi měsíční a sluneční paralaxou by tak měly být odhaleny. Za své snažení obdržel neuspokojivé výsledky a došel k závěru, že sluneční paralaxa je pravděpodobně zanedbatelná. Alespoň oznámil, že vzdálenost Slunce je skutečně ohromná.

# *Řešení šesté série*

## Řešení úlohy VI.1

(maximální počet bodů 2, řešilo 16 studentů)

Ke správnému zodpovězení otázky je třeba si uvědomit činnost termoregulace v lidském těle. Pokud jsou oba polárníci zdraví a nepříliš unavení, udržuje se v jejich těle zhruba konstantní teplota (budeme polárníky považovat za totožné až na jejich kombinézy, tedy tato teplota je pro oba stejná). To vyžaduje, aby metabolismus vytvářel jisté množství tepla, které pak kůží a oděvem proniká do okolního prostoru (pouze pokud už tělo není schopno toto teplo vytvořit, klesá tělesná teplota - takovýmto kritickým stavem podchlazení v důsledku vyčerpání se ale zabývat nebudeme). Množství tohoto tepla závisí především na izolačních schopnostech oděvu (jehož hlavní složkou jest uvažovaná kombinéza - a ne pět dalších svetrů) a na rozdílu teplot uvnitř a vně. Teplota na povrchu kombinéz a pravděpodobně i v nějakém okolí se podle zadání liší, v jisté vzdálenosti je však již okolní teplota shodná pro oba výzkumníky. Uvažované teplo se z povrchu kombinéz dostává do okolního prostoru buď prouděním vzduchu nebo vyzařováním - v obou případech se rychlost přenosu zvyšuje s rostoucí teplotou. Tedy polárník s "teplejší" kombinézou vydá do okolí více tepla, které projde jeho kombinézou při menším tepelném rozdílu vnitřku a vnějšku oděvu, tedy izolační schopnosti jeho kombinézy jsou rozhodně horší.
Hodí se dodat některé podmínky platnosti uvedených úvah. Tepelný tok je ustálený, tepelná kapacita kombinézy je dost malá, aby byl po rozumné době její výdej tepla zanedbatelný. Stejně tak zanedbáváme možné rozdíly v absorbci slunečního záření, které považujeme za natolik slabé, že se nezapojí do tepelných bilancí (může však změnit teplotu těsně na povrchu, proto raději provádějme měření ve stínu).

## Řešení úlohy VI.2

(maximální počet bodů 2, řešilo 11 studentů)

Jako řešení stačila odpověď "kulička mírně poklesne". Zdůvodnění je prosté: kuličku nadnáší (vyrovnává tíhu) nejen vztlaková síla kapaliny, ale i plynu. Zmizí-li plyn, musí rovnost $F_g = F_{vztlak-k} + F_{vztlak-p}$ přejít na $F'_g = F'_{vztlak-k} \Rightarrow F'_{vztlak-k} > F_{vztlak-k}$ : ponořená část kuličky je tedy větší.
Někteří se více či méně úspěšně pokoušeli o zahrnutí dalších jevů - povrchové napětí, odpařování rtuti, ... Někdo dokonce provedl nejen kvalitativní, ale i kvantitativní analýzu - ten pokles je skutečně nepatrný.

## Řešení úlohy VI.3

(maximální počet bodů 3, řešilo 13 studentů)

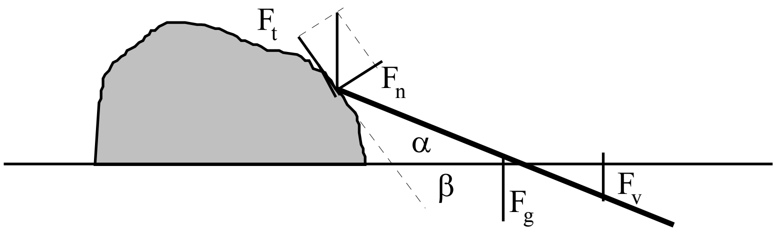
Tento příklad jste řešili sice vesměs dobře, nicméně některé nejasnosti, které se ukázaly ve vašem uvažování, si žádají komentáře.
Vyšel bych z toho, že popíšeme naše "experimentální zařízení". Tedy dynamo je zapojeno skutečně tak, že kolečko pohánějící přímo rotor dynama je přitlačeno na kolo a vazbu mezi pohybujícími se částmi zabezpečuje třecí síla. To se může zdát zřejmé, ale z neuvědomění si tohoto mechanismu pramenilo nejvíce vašich chyb.
Nyní idealizujeme kolo kružnicí s vazbou na něj jako odporovou silou. Teď je již zřejmé, že tečná (obvodová) rychlost převodového kolečka dynama je stejná pro větší i menší kolo, protože tečná rychlost obou kol musí být stejná, neb musí urazit stejnou dráhu za stejný čas, pokud nedochází k podkluzování bicyklu. To znamená, že

moment hybnosti rotoru je v obou případech stejný, tedy zřejmě i přeměněná energie bude jak v případě umístění na kolo menšího průměru, tak pro kolo větší stejná.
To je tedy výsledek v první aproximaci. Někteří z vás se rozebrali i v reálném případě, kdy se dynamo dotýká boku kola na poloměru menším než je vnější (s nímž jsme pracovali prve). Jelikož se nám nyní nemění úhlová rychlost, ale poloměr otáčení jsme změnili, změnila se nám tedy tečná rychlost, která je díky vazbě stejná pro rotor i pro kolo. Tím se tedy změnil i odpovídající elektrický výkon, jak již snadno dopočtete. Uvažujeme-li nyní stejnou výšku pláště jak na předním, tak na zadním kole, zjistíme, že menší úbytek výkonu oproti ideálnímu případu dostaneme pro kolo s větším poloměrem, tedy pro zadní, z čehož plyne pro tento případ výhodnost umístění na zadní kolo, znovu ovšem podotýkám, že tak tomu jest jen za platnosti výše zmíněných speciálních, třebaže realističtějších podmínek.

## Řešení úlohy VI.4

(maximální počet bodů 4, řešilo 13 studentů)
Tato úloha byla klasickým problémem z mechaniky, dalo by se říci školským. Řešení nespočívalo v ničem jiném než aplikaci dvou podmínek pro rovnováhu : nulového součtu působících sil a součtu jejich momentů vůči nějaké ose. Přesto se mnozí dopustili chyb buď při rozboru těchto sil nebo při následných, většinou mírně komplikovaných úpravách.

Obr. 3




Na desku působí síla tíhová, vztlaková a reakce podložky. Působiště první je samozřejmě v těžišti (středu desky), působiště vztlakové síly jste správně kladli do těžiště ponořené části (bez jakéhokoli zdůvodnění, až na Jindřicha Kolorenče, který nalezl působiště této síly jako výslednice tlakových sil působících pod hladinou). Sílu v místě dotyku s kamenem pak lze rozdělit na normálovou $F_n$ (kolmou k povrchu) a tečnou $F_t$ (rovnoběžnou s povrchem), která je dána tako třecí síla úměrou $F_t = \mu F_n$. Zajímavé je, že téměř všichni jste považovali $F_n$ zároveň za kolmou k desce : tento případ nastává, pokud se deska leží na kameni (a mírně přesahuje); pokud se však dotýká hranou, mohou mít síly jiný směr (viz. obr 3). Tohoto si všiml Michal Fabinger a z jeho řešení nadále vycházíme.
Označíme úhly dle obrázku, l je délka desky, d délka její neponořené části, S průřez (ve směru kolmém k rovině obrázku), ρ její hustota; dále gravit. síla činí $F_g = gS\rho l$ a vztlaková $F_v = gS\rho_0(l-d)$, kde $\rho_0$ je hustota vody.
Součet sil ve složkách vypadá takto:
$F_n \sin\beta - F_t \cos\beta = F_n \sin\beta - \mu F_n \cos\beta = 0$, $F_n \cos\beta + F_t \sin\beta - F_g + F_v = 0$.
Tedy $\mu = \mathrm{tg}\,\beta$ a odtud $F_n = \dfrac{F_g - F_v}{\cos\beta}$.
Osu otáčení zvoléme nejlépe v bodě v místě opření; pak máme jen dvě síly s nenulovými momenty $F_g l/2 - F_v(l+d)/2 = 0$.
Odtud po dosazení $Sg\rho l^2/2 - Sg\rho_0(l-d)(l+d)/2 = 0$, tedy $d = l\sqrt{1-\rho/\rho_0}$.

Je-li h výška místa dotyku nad hladinou, máme $h = d\sin\alpha$, tedy $\sin\alpha = \dfrac{h}{l\sqrt{1-\rho/\rho_0}}$.

Úhel β musí být alespoň tak velký jako α, přitom zřejmě podle $\mu = \mathrm{tg}\,\beta$ je μ minimální právě tehdy, když jest tomu u β. Tedy dostáváme výsledek stejný, jako bychom od začátku uvažovali $\beta = \alpha$ : $\mu = \mathrm{tg}\,\beta = \mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \dfrac{h}{\sqrt{l^2(1-\rho/\rho_0)-h^2}}$.

**Řešení úlohy VI.5**

(maximální počet bodů 2+3, řešilo 13 studentů)

Očekával jsem, že tato úloha nebude nikomu činit obtíže fyzikálního rázu. Pravda, objevily se matematické potíže. Přesto uvádím jen číselné výsledky - pro odvození si prostudujte učebnici fyziky pro 1. ročník gymnasií, partie "rovnoměrný přímočarý pohyb". Ze zadaných hodnot plyne, že k setkání dojde v 9 hodin 2 minuty a 33 sekund ve vzdálenosti 146,53 od Prahy.

Vaše literární schopnosti mne místy příjemně překvapily, je vidět, že tři listy nejsou na tak triviální příklad málo. Bohužel, mé jazykové znalosti mi nedovolily plně vychutnat některé práce bez připojeného překladu.

Náměty řešení se pohybovaly od novinové zprávy "Záhada na D1", přes reportáž z natáčení thrilleru "Vzpomínky na delirium", upravenou pohádku "O Červené Karkulce a dr. Volfovi" či ekologicko-detektivní novelu o zobostrosech, deštných pralesích a daňových únicích až po cizojazyčnou zprávu z veletrhu Eurobota a trhu s bílým masem či poetické líčení několika lidských osudů.

Za všechna alespoň jedno.

# *2 minuty*

*To snad není možné! Včera se řádilo do půlnoci a teď zase mám být na place. Ještě párkrát jsem přejel leštěnkou svou Tatřičku 613 - "Jednoválec" jak jí říká starej Voháňka (vždy se v tom válel jen jeden papaláš) a vyrazil jsem pro "zákazníka". Přesně v 7:30 jsme vyjeli z Prahy, dal jsem půl plynu, Tatra spokojeně předla, rafička tachometru se ustálila na 95 km/h. Přesně za pět minut to začalo, ten prokletej pták mě klovnul do hlavy, nejdříve málo, ale pak se osmělil. To mě dožralo! Levou rukou jsem stále držel volant a "Deníkem abstinentů" v pravé ruce jsem ho řezal jako žito. "Nech toho! Ty kreténe, máš snad opravdu ptačí mozek!" neslo se kabinou Jednoválce, můj řev však byl jen nevalnou konkurencí toho, co vydával ten bílej hybrid. Musím to vydržet, Trojan říkal, že to bude trvat asi půl druhý hodiny. A on ten hajzl za pět minut znova a znova ... Po devátý, já toho ptáka snad zabiju! Je 8:15, teď někdy vyjíždí z Brna Vochmel s tím jeho kamiónem, docela mu závidím, lepší než ta odporná koule bílého peří na zadním sedadle. Už zase! Cože, v 8:18, tak to ne! Má klovat každejch pět minut. Opět na chvíli jsem ho umlčel a sáhl si na hlavu, po včerejšku mi v ní třeští a teď ještě tenhle blbec. Kouknu na ruku a na ní krev a piliny, on mi snad proklovnul lebku. Dupnul jsem na brzdu, otočil se, noviny jsem nechal na předním sedadle a tentokráte pěstí jsem toho zrůďáka začal učit slušnému chování. Pták chvíli vřeštěl, poté, co dostal jednu ránu direkt nad zobák, se tiše sesul na zadní sedadlo mého Jednoválce. To bude průser! To zdržení! Opět jsem se rozjel, trochu jsem to prošlápl, abych dohnal zpoždění. Pak jsem zvolnil. Chvíli byl klid, pak se ale ten hajzl probral a začalo to znova, piliny lítaly po celém autě a já musel snášet svůj úděl dál.*

*Na asfaltce byl bílý vápnový kříž, na něm stála dřevěná konstrukce představující asi šibenici. Na příčníku konstrukce seděl smrťák a pohupoval kostnatýma nohama.*

*Kosou držící v hnátách nacvičoval jakousi bojovou sestavu. Nejvíce však ohrožoval sebe než okolí. Ostří kosy prolétávalo okolo nažloutlé lebky tak, že občas zkrátilo některý z posledních vlasů rašících ze zbytků kůže na temeni hlavy, mít uši, tak se již povalují v prachu dálnice dole pod konstrukcí, kde pobíhal člověk v modrých montérkách, pruhovaném námořnickém tričku a v zelené pracovní kšiltovce, zapaloval okolo "šibenice" ohně. Vzduch byl prosycenē sírou a dusivým kouřem. Na obzoru se objevila nablýskaná Tatra 613. Starej Voháňka odhodil Marsku, hvízdl na prsty a se slovy: "Jednoválec jede!" zalomil prvotřídního lomeňáka za svodidla.*

*Už jsem zahlédl konstrukci v oblaku kouře, bylo 8:59. Hlavu jsem měl už nadranc, poslední piliny v hlavě usměrňovaly mé chování, jinak už bych tomu hovadu vzadu udělal na zobáku uzel. Ještě 30 sekund, ale kde je Vochmel s tím kamionem? Měli jsme se tu setkat. "Stůj!" vyběhl mi z kouře do cesty podsaditě Trojan v manžestrovém saku. Zašláp jsem brzdy. Bum, Trojan přelítnul přes kapotu a zmizel za svodidlem, kde přebýval starej Voháňka. Trojanovy černé brýle zanechaly na kapotě prvotřídní škrábanec. Brzdy stále kvílely, vystrašeně Zobák setrvačností přelétl na sedadlo spolujezdce, ale auto ne a ne zastavit. Bum, Tatra se opřela do šibenice, ta se naklonila a smrťák, který visel zaháknut jen díky své kose, spustil přímo smrtelné nadávky (nebo nesmrtelné?). Konečně to zastavilo, a hele, přesně na bílé čáře, přesně v 9:00 jak bylo domluveno! Jsem jednička jen ten Vochmel mi dělá starosti. Nepříčetný a špinavý Trojan se kouřem blížil ke mně, smrťák se konečně zřítil a s poničenou kosou toužil po mé krvi! Vytáhli mě z auta. Kosa prosvištěla vzduchem, jen tak tak minula mou hlavu a s elegantním cinknutím urazila zrcátko mého Jednoválce. Koutkem oka jsem ještě zahlédl na obzoru Vochmelův kamion. Pak jsem měl tu možnost si prohlédnout Trojanovu pěst, ale jen krátce, pak se mně zatemnilo před očima.*

*"Ty kreténe, ty, to ty máš ptačí mozek! Kolik's to koulel, jak to, že jsi tady tak brzo!!" řval Trojan pak se otočil k Vochmelovi a prostřednictvím turecké tlumočnice celou větu zopakoval (jen vyměnil slovo "koulel" za "coural" a "brzo" za "pozdě"). Vzduchem se prohánělo hejno pár facek. Kde se asi uhnízdí? "Vona tam byla vopravdu asi chyba," přihnal se montérkáč se zelenou kšiltovkou, "správně se měli setkat až za 2 minuty, někdo to špatně vypočítal!" Banda techniků zatím zalakovávala éterovou barvou a zalešťovala škrábanec na mé Tatřičce, jen s tím zrcátkem si nevěděli rady. Hajzl smrťák mi ho stejně zaplatí! "To je blbost, to není možný, to počítal můj kluk!" ječel Trojan, který se vždy pyšnil znalostí matematiky svého syna. "Proboha kolik neseš těch flašek, Patriku?" obořil se na svého synátora, kterě zápasil s plnou náručí lahví. "Nó, devět, tři pro tebe, jednu pro klapku, dvě pro Voháňku a jednu pro mě." "To je sedm," pronesl jsem s úsměvem. Trojan senior bledl: "Co tady ještě děláš? Marš do Prahy, kluci z doprovoďáku říkali, že jsi mlátil Zobáka i pěstí, tak to ne! Improvizace si nech! A těch flašek je devět, ještě dvě pro Docenta, má z tý korby vyprahlo." Pomalu jsem nasedl do mého jednoválce, Zobák odmítl se mnou cestovat více než je to nutné. Do Prahy je cesta dlouhá, kdo to neví ... Přemýšlel jsem jak daleko sahá Trojanova síť známých, byl bych nerad, kdyby Trojan junior počítal např. pevnost přehrady nebo reaktoru ...*

*Natočit celovečerní protialkoholicko-fantastický thriller "Vzpomínky na delirium" není žádná sranda, ale věřím, že to režisér Trojan přežije a má hlava také (doufám!)*

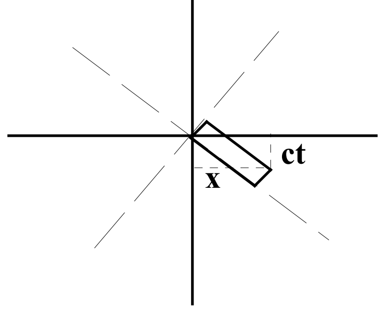
*Konec (konečně)*

## Řešení úlohy S.11

(maximální počet bodů 1, řešili 4 studenti)

Nic než úpravy: $\tanh^2\alpha = \dfrac{\sinh^2\alpha}{\cosh^2\alpha} = \dfrac{\cosh^2\alpha - 1}{\cosh^2\alpha}$, odtud $\cosh^2\alpha = \dfrac{1}{1-\tanh^2\alpha}$. Náš kosinus je stále kladný, tedy můžeme přímo odmocnit $\cosh\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1-\tanh^2\alpha}}$. Odtud jednoduše také $\sinh\alpha = \tanh\alpha\cosh\alpha = \dfrac{\tanh\alpha}{\sqrt{1-\tanh^2\alpha}}$.

**Obr. r**




**Řešení úlohy S.12**

(maximální počet bodů 1, řešili 3 studenti)

Tuto zajímavou vlastnost Lorentzovy transformace se pokusilo dokázat jen pár řešitelů a uspokojivý výsledek dostal jen jediný za pomoci netriviálního aparátu. Přitom existuje nadmíru snadné a jednoduché vysvětlení - úspěch spočívá ve zvolení vhodného typu objektů, ze kterých můžeme poskládat lib. útvar. Jsou jimi (viz obr. r) obdélníky se stranami rovnoběžnými se světelnými přímkami. Posuneme-li počátek soustavy do jednoho z vrcholů takového obdélníka, pak protilehlý vrchol má souřadnice x,t (po transformaci x',t') pro které platí $x^2 - c^2t^2 = \mathrm{konst.}$; ovšem $x^2 - c^2t^2 = (x+ct)(x-ct) = 2S$, kde S je obsah uvažovaného obdélníka. Zůstává-li neměnný obsah odélníků, je konstantní také obsah všech útvarů, které z nich můžeme sestavit.

Nakonec se musíme vrátit ještě k našemu starému dluhu a to ukázky slíbených počítačových simulací problému tělíska na kmitající desce, tedy páté úlohy z první serie. Použili jsme program v jazyce FAMULUS sestavený s drobnými úpravami podle vašich příkladů (z důvodů místa ho zde neotiskujeme). Sledovali jsme vzdálenost r od osy v závislosti na čase (v situaci, kdy míček nadskočil, jsme vypočítali zvlášť čas a místo jeho dopadu se zvýšenou přesností). Vstupními parametry byla úhl. frekvence ω, koeficient tření μ a amplituda úhlu β. Grafy, které přikládáme, ukazují některé časté nebo zajímavé typy chování míčku:

| | | ω | β | μ |
|---|---|---|---|---|
| č.1 | ukazuje jediný spolehlivý případ míčku směřujícího k okraji. Byl popsán | 10 | 0,5 | 0,5 |

# *Pořadí řešitelů po pátém kole*

Na základě vašich upozornění jsme byli nuceni zrevidovat vyhodnocení minulých sérií a objevili jsme skutečně nějaké rozpory zejména v druhé sérii. B přiděleno několik bodů navíc M. Fabingerovi, za což se omlováme jemu i J. Kolorenčovi (kterého tato chyba v druhém kole přesunula až na druhou pozici). Doufáme, že opravné body vše uvedou na pravou míru. Mimo to se občas stane, že se body ve výsledcích neshodují s informací u vašeho řešení: může se tak stát buď chybou při zápisu výsledků nebo dodatečnými změnami v bodování. Jelikož nejsme schopni tyto dva případy zpětně rozlišit, berte za rozhodující počet bodů zapsaný ve výsledkové listině.

| | | | | | | | V | | | | | S | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Jméno** | **Příjmení** | **Ročník** | | **Škola** | | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **9** | **10** | **$\Sigma_v$** | **$\Sigma$** |
| | Student | Pilný | 8 | 8 | MFF Univerzita Karlova | | 5 | 3 | 5 | 4 | 5 | 2 | 3 | 27 | **156** |
| 1 | Michal | Fabinger | 3 | E | G Nad alejí Praha | -2 | 5 | 1 | 5 | 3 | 5 | 2 | 4 | 25 | **145** |
| 2 | Jindřich | Kolorenč | 3 | G | G Nová Paka | | 6 | 3 | 5 | 5 | 5 | 0 | 1 | 25 | **141** |
| 3 | František | Šanda | 4 | D | G Klatovy | | 4 | 3 | 5 | 4 | 3 | 2 | - | 21 | **121** |
| 4 | Petr | Žalský | 4 | GP | G Nová Paka | | 4 | - | 5 | 4 | 5 | - | - | 18 | **119** |
| 5 | Rudolf | Sýkora | 2 | A | G Hejčín | | 5 | - | 5 | - | - | - | - | 10 | **70** |
| 6 | Miloš | Gáj | 4 | A | G Poprad | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **68** |
| 7 | Marta | Bednářová | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | 5 | 3 | 5 | 4 | - | - | - | 17 | **66** |
| 8 | Peter | Macák | 3 | A | G Jur. Hronca Bratislava | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **63** |
| 9 - 10 | Miroslav | Panoš | 4 | D | G Klatovy | | 4 | 3 | - | 3 | - | - | - | 10 | **52** |
| 9 - 10 | Robert | Šámal | 3 | D | G Zborovská Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **52** |
| 11 | David | Stanovský | 3 | D | G Pardubice | | 3 | - | 3 | 0 | 2 | - | - | 8 | **42** |
| 12 | Tomáš | Vinař | 4 | A | G Šrobárova Košice | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **39** |
| 13 | Jaroslav | Hamrle | 4 | B | G Pelhřimov | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **38** |
| 14 | Mikuláš | Vejlupek | 3 | D | G Zborovská Praha | | 4 | 2 | 4 | - | - | - | - | 10 | **37** |
| 15 | David | Drozd | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | 2 | - | - | - | - | 2 | **33** |
| 16 | Antonín | Rozsypal | 4 | B | G Rožnov pod Radhoštěm | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **30** |
| 17 | Pavla | Fabiánová | 3 | C | G Vídeňská Brno | | 5 | - | 5 | 4 | - | - | - | 14 | **27** |
| 18 - 19 | Zdeňka | Broklová | kvarta | | G Polička | | 2 | - | 2 | - | - | - | - | 4 | **24** |
| 18 - 19 | David | Nečas | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **24** |
| 20 - 21 | Tomáš | Hrnčíř | 4 | B | G Jos. Jungmana | | 4 | 0 | - | 4 | - | - | - | 8 | **22** |
| 20 - 21 | Zuzana | Pokorná | oktáva | | PORG Linderova Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **22** |
| 22 - 24 | Slávka | Jendrejová | 3 | A | G Poštová Košice | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **21** |
| 22 - 24 | Pavel | Klang | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | 2 | - | 3 | - | - | - | - | 5 | **21** |
| 22 - 24 | Petr | Šimíček | 3 | B | G tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **21** |
| 25 - 26 | Petr | Častulík | ? | ? | G Arabská Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **17** |
| 25 - 26 | Martin | Navrátil | 3 | A | G Karlovy Vary | | 3 | - | 4 | - | - | - | - | 7 | **17** |
| 27 - 30 | Pavel | Bubák | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | 1 | - | - | - | - | - | - | 1 | **16** |
| 27 - 30 | Tomáš | Černoch | 3 | C | G Nad štolou Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **16** |
| 27 - 30 | Anna | Jančaříková | 2 | A | G Kladno 2 | | 4 | - | - | - | - | - | - | 4 | **16** |
| 27 - 30 | Urban | Kováč | 4 | B | G Grösslingova Bratislava | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **16** |
| 31 - 33 | Martin | Ján | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | | 4 | - | 3 | - | - | - | - | 7 | **15** |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 - 33 | Martin | Krsek | 3 | A | G J.K.Tyla Hradec Králové | 3 | 1 | - | 1 | 3 | - | - | 8 | **15** |
| 31 - 33 | Jiří | Lambert | 4 | B | G Hlučín | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **15** |
| 34 - 37 | Petr | Doubek | 3 | D | G Pardubice | 2 | - | 1 | - | - | - | - | 3 | **14** |
| 34 - 37 | Jan | Hradil | 4 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 34 - 37 | Matěj | Liszka | ? | ? | G Frýdecká Český Těšín | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 34 - 37 | Martin | Niepel | 4 | B | G Grösslingova Bratislava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 38 | Peter | Feher | 4 | A | G Poštová Košice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **13** |
| 39 | Vilém | Pulc | 3 | C | Semily II | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **11** |
| 40 | Jan | Horáček | ? | ? | Rožnov p. Radhoštěm | 5 | - | - | - | - | - | - | 5 | **10** |
| 41 - 42 | Jana | Koláčková | septima | | PORG Linderova Praha | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **9** |
| 41 - 42 | Petr | Novák | 4 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **9** |
| 43 - 45 | Michal | Hvězda | 4 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 43 - 45 | Miroslav | Jílek | ? | ? | Bystré u Poličky | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 43 - 45 | Vít | Žďára | 2 | ? | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 46 - 47 | Alena | Píšová | 3 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 46 - 47 | Miroslav | Poláček | 4 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 48 - 49 | Ivana | Brudnákova | 3 | E | G Konstantinova Prešov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 48 - 49 | Milada | Kouřilová | ? | ? | G dr. Šmerala Ostrava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 50 - 51 | Jitka | Pagáčová | 4 | B | G Krnov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |
| 50 - 51 | Jaroslav | Štrunc | ? | ? | G Chomutov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |
| 52 | Miroslav | Šváb | ? | ? | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **2** |

## *Pořadí řešitelů po šestém kole*

Byli jsme potěšeni tím, že vás nezaskočila naše nabídka řešení úloh v cizích jazycích, naopak my jsme byli často zaskočeni vašimi jazykovými znalostmi (jako třeba odpovědi psané latinsky). Věrni svému slibu zvláštnímu bodovému ohodnocení tohoto úsilí jsme poněkud snížili základní sazbu, abychom zabránili enormním bodovým ziskům.

| | **Jméno** | **Příjmení** | **Ročník** | | **Škola** | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | 12 | $\Sigma_{vi}$ | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Student | Pilný | 8 | 8 | MFF Univerzita Karlova | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 19 | **175** |
| 1 | Michal | Fabinger | 3 | E | G Nad alejí Praha | 3 | 6 | 3 | 7 | 3 | 2 | 4 | 28 | **173** |
| 2 | Jindřich | Kolorenč | 3 | G | G Nová Paka | 3 | 5 | 5 | 2 | 2 | 3 | 0 | 20 | **161** |
| 3 | František | Šanda | 4 | D | G Klatovy | 0 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 0 | 12 | **133** |
| 4 | Petr | Žalský | 4 | GP | G Nová Paka | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **119** |
| 5 | Marta | Bednářová | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | - | - | 9 | **75** |
| 6 | Rudolf | Sýkora | 2 | A | G Hejčín | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **70** |
| 7 | Miloš | Gáj | 4 | A | G Poprad | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **68** |
| 8 | Peter | Macák | 3 | A | G Jur. Hronca Bratislava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **63** |
| 9 | Miroslav | Panoš | 4 | D | G Klatovy | 2 | 0 | 1 | - | 5 | - | - | 8 | **60** |
| 10 - 11 | Robert | Šámal | 3 | D | G Zborovská Praha | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **52** |
| 10 - 11 | David | Stanovský | 3 | D | G Pardubice | 2 | - | - | 2 | 4 | 2 | - | 10 | **52** |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | Tomáš | Vinař | 4 | A | G Šrobárova Košice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **39** |
| 13 | Jaroslav | Hamrle | 4 | B | G Pelhřimov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **38** |
| 14 | Mikuláš | Vejlupek | 3 | D | G Zborovská Praha | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **37** |
| 15 | David | Drozd | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **33** |
| 16 | Tomáš | Hrnčíř | 4 | B | G Jos. Jungmana | 2 | 2 | 2 | 3 | - | - | - | 9 | **31** |
| 17 | Antonín | Rozsypal | 4 | B | G Rožnov pod Radhoštěm | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **30** |
| 18 - 19 | Pavla | Fabiánová | 3 | C | G Vídeňská Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **27** |
| 18 - 19 | Pavel | Klang | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | 2 | - | - | - | 4 | - | - | 6 | **27** |
| 20 - 22 | Zdeňka | Broklová | kvarta | | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **24** |
| 20 - 22 | David | Nečas | 3 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **24** |
| 20 - 22 | Pavel | Bubák | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | 2 | 0 | 2 | 0 | 4 | - | - | 8 | **24** |
| 23 | Anna | Jančaříková | 2 | A | G Kladno 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | - | - | 7 | **23** |
| 24 | Zuzana | Pokorná | oktáva | | PORG Linderova Praha | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **22** |
| 25 - 26 | Slávka | Jendrejová | 3 | A | G Poštová Košice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **21** |
| 25 - 26 | Petr | Šimíček | 3 | B | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **21** |
| 27 | Tomáš | Černoch | 3 | C | G Nad štolou Praha | 1 | 2 | - | 0 | 0 | - | - | 3 | **19** |
| 28 | Jana | Koláčková | septima | | PORG Linderova Praha | 3 | - | 2 | - | 4 | - | - | 9 | **18** |
| 29 - 30 | Petr | Častulík | ? | ? | G Arabská Praha | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **17** |
| 29 - 30 | Martin | Navrátil | 3 | A | G Karlovy Vary | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **17** |
| 31 | Urban | Kováč | 4 | B | G Grösslingova Bratislava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **16** |
| 32 - 35 | Martin | Ján | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **15** |
| 32 - 35 | Martin | Krsek | 3 | A | G J.K.Tyla Hradec Králové | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **15** |
| 32 - 35 | Jiří | Lambert | 4 | B | G Hlučín | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **15** |
| 32 - 35 | Andrej | Dombrovský | 4 | A | G Poštová Košice | 2 | 4 | 0 | 4 | 5 | - | - | 15 | **15** |
| 36 - 39 | Petr | Doubek | 3 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 36 - 39 | Jan | Hradil | 4 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 36 - 39 | Matěj | Liszka | ? | ? | G Frýdecká Český Těšín | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 36 - 39 | Martin | Niepel | 4 | B | G Grösslingova Bratislava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 40 - 41 | Peter | Feher | 4 | A | G Poštová Košice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **13** |
| 40 - 41 | Vilém | Pulc | 3 | | Semily II | 0 | - | 4 | 3 | 6 | - | - | 13 | **13** |
| 42 - 43 | Jan | Horáček | ? | ? | Rožnov p. Radhoštěm | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **11** |
| 42 - 43 | Líza | Stoinová | ? | ? | G Na vítěz. pláni Praha | 2 | 1 | 3 | 0 | 5 | - | - | 11 | **11** |
| 44 - 45 | Blanka | Janoušová | ? | ? | G Na vítěz. pláni Praha | 0 | - | 3 | 1 | 6 | - | - | 10 | **10** |
| 44 - 45 | Petr | Novák | 4 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **10** |
| 46 | Michal | Hvězda | 4 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **9** |
| 47 - 49 | Miroslav | Jílek | ? | ? | Bystré u Poličky | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 47 - 49 | Vít | Žďára | 2 | ? | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 47 - 49 | Alena | Píšová | 3 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 50 - 51 | Miroslav | Poláček | 4 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 50 - 51 | Ivana | Brudnákova | 3 | E | G Konstantinova Prešov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 52 - 53 | Milada | Kouřilová | ? | ? | G dr. Šmerala Ostrava | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 52 - 53 | Jitka | Pagáčová | 4 | B | G Krnov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 54 - 55 | Jaroslav | Štrunc | ? | ? | G Chomutov | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |
| 54 - 55 | Miroslav | Šváb | ? | ? | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |