Drazí řešitelé!

Právě se vám dostává do rukou řešení posledních dvou sérií letošního ročníku FYKOSu. S tímto výtiskem také celý ročník končí. Kdo se stal vítězem jednotlivých kategorií se jako obvykle dozvíte ve výsledkové listině. Samozřejmě, že první tři z každé kategorie pozveme (kromě ostatních) na podzimní soustředění, abychom jim mohli předat krásné a hodnotné *fyzikální* ceny.

Závěrem bychom chtěli poděkovat těm z vás, kteří vytrvali až do poslední série. Těm ostatním připomínáme, že není nutné řešit všechny příklady. I to, že se nad úlohou zamyslíte, vám potrénuje mozek a to, že se pokusíte dát své myšlenky na papír, vám jistě bude ku prospěchu. Neboť myšlenka, kterou nezachytíte, je bezcenná pro všechny, kromě autora, jenž ji stejně časem zapomene.

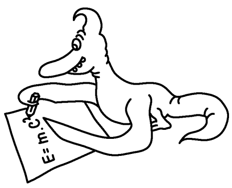
Nemalé poděkování patří i všem organizátorům, kteří se starali o chod celého semináře, o organizaci soustředění a Dne s experimentální fyzikou. Svým nezdolným úsilím při opravování vašich úloh dosáhli toho, že se nám podařilo vše dokončit a odeslat vám ještě před prázdninami.

Přejeme vám hezké prázdniny prožité se starými dobrými kamarády a též s kupou nových přátel do pohody i nepohody. A kdybyste měli o prázdninách u vody chvíli času, můžete si přečíst na posledních stránkách krátkou příhodu vynikajícího fyzika Richarda P. Feynmana. Pokud vás to nebude nudit, můžete si přečíst celou knihu *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!*, ze které je náš úryvek a která je plná veselých, ale i poučných příběhů ze života slavného fyzika.

A po prázdninovém veselení, až se vrátíte do školy, nezapomeňte, že od nového školního roku zase začínáme!

Za organizátory se těší na shledanou

Jan Hradil



Řešení V. série

Úloha V . 1 ... *rozmazaný šroub* *(4 body, řešilo 46 studentů)*

Úvodem bych se rád omluvil za autora úlohy, že průměr byl označen písmenkem R, což je poněkud mystifikující. Nepovažoval jsem za chybu, když jste R brali jako poloměr, pouze vám vyšel trochu jiný výsledek.

Oko si představíme jako kameru, která po dobu $1/f$ exponuje, a vše, co se stane, zachytí do jednoho obrázku. Aby se šroub jevil zcela rozmazaný, musí jeho závity za dobu $1/f$ projít všemi polohami, což nastane, pokud se otočí alespoň jednou dokola (nakreslete si obrázek). To znamená, že potřebujeme spočítat, v jakém okamžiku dosáhne válec frekvence otáčení f.

Podle známých vzorců platí $f = \omega/2\pi = v/\pi R$, a tedy $v = \pi R f$. Dále pro pohyb válce po nakloněné rovině musí platit zákon zachování energie $E_p = E_k + E_r$, čili

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{3}{4}mv^2, \tag{1}$$

neboť pro válec je $J = \frac{1}{2}m\left(R/2\right)^2$ a $\omega = 2v/R$. Z toho plyne

$$h = \frac{3v^2}{4g}\,. \tag{2}$$

Protože jde o pohyb rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí, platí snadno odvoditelný vztah $d = \frac{1}{2}vt$, kde d je uražená dráha, což v našem případě (nakloněná rovina) znamená $d = h/\sin\beta$, kde h je výškový rozdíl. Dostáváme tak třetí důležitý vztah

$$t = \frac{2h}{v\sin\beta}\,. \tag{3}$$

Z výše uvedených vztahů pro t, h a v, obdržíme řešení

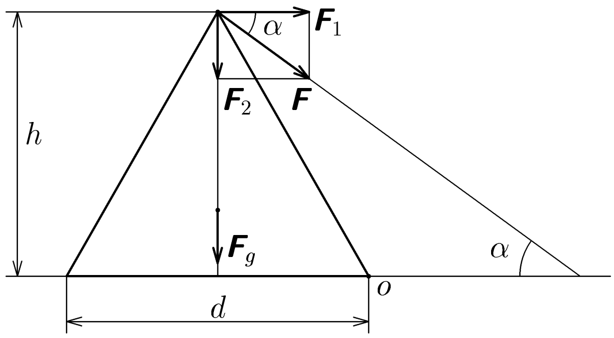
$$t = \frac{3\pi Rf}{2g\sin\beta}\,. \tag{4}$$

Můžeme tedy konstatovat, že čas, po kterém se šroub rozmaže, závisí nepřímo úměrně na sinu sklonu nakloněné roviny.

David Stanovský

Úloha V . 2 ... *vykradená pyramida* *(4 body, řešilo 44 studentů)*

Mnoho z vás ze zadání správně usoudilo, že je úlohu třeba rozdělit na určení dvou podmínek – jak velkou sílu budeme potřebovat pro překlopení pyramidy a při jak velké síle se pyramida ještě nezačne posouvat. Bohužel se většina z vás nepokusila obě podmínky pro velikost působící síly spojit dohromady a tím se (úplně zbytečně) připravila o krásný výsledek.



Obr. 1

Působení síly F na pyramidu můžeme nahradit působením sil $F_1 = F\cos\alpha$ a $F_2 = F\sin\alpha$ (viz obr. 1). Gravitační sílu označme F_g. Jen pro úplnost dodávám, že F_g má působiště v těžišti pyramidy, tj. v $\frac{1}{4}$ výšky!

Tření vykompenzuje působení síly F_1 do maximální velikosti $F_t = \mu(F_g + F_2)$ (na svislou složku síly F mnoho z vás zapomnělo!). Položme první podmínku jako $F_1 < F_t$. A tedy po úpravě snadno dostáváme

$$F < \frac{\mu F_g}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\,. \tag{5}$$

Tím máme podmínku plynoucí ze tření s podložkou hotovou a připravenou tak, že se nám pyramida neposune. Teď již radostně do druhé části, kde určíme, jak velikou sílu budeme doopravdy potřebovat.

Vyjděme z momentů působících sil vzhledem k ose otáčení (hrana pyramidy):

$$\begin{aligned} M_1 &= F_1 h\,,\\ M_2 &= F_g\frac{d}{2} + F_2\frac{d}{2}\,. \end{aligned} \tag{6}$$

Z obrázku je jasné, že chceme, aby $M_1 > M_2$, a proto

$$F_1 h > F_g\frac{d}{2} + F_2\frac{d}{2} \quad\Rightarrow\quad F > \frac{\frac{1}{2}F_g d}{h\cos\alpha - \frac{1}{2}d\sin\alpha}\,. \tag{7}$$

A nyní snadno obě podmínky (5) a (7) spojíme do jedné. Po jednoduchém vykrácení a upravení dostáváme krásný výsledek

$$\mu > \frac{d}{2h}\,. \tag{8}$$

Na závěr ještě proveďme diskusi. Je třeba si uvědomit, jaké postupy a úpravy jsme použili, zda byly ekvivalentní a či jsme nepřehlédli jiné možnosti řešení.

To, co jsme u vztahu (5) označili jako „úpravy“, je předpoklad, že $\cos\alpha - \mu\sin\alpha > 0$. Diskutujme, co se stane, když je zde znaménko opačné. Tím se změní znaménko nerovnosti ve vztahu (5) a každý snadno nahlédne, že je tato podmínka splněna pro každou sílu F (resp. její velikost). Mezní stav (tj. $\cos\alpha - \mu\sin\alpha = 0$) nám dává zajímavý závěr: Když je $\mu \geq \operatorname{cotg}\alpha$, pyramida se neposune ani při „sebevětší“ síle F.

Podobně ve vztahu (7) jsme předpokládali, že je $h\cos\alpha - \frac{1}{2}d\sin\alpha > 0$. To je pro naši úlohu splněno vždy. Upravíme-li tento vztah na tvar $2h/d > \operatorname{tg}\alpha$, vidíme, že levá strana je tangens úhlu mezi stěnou a podstavou pyramidy, a jelikož otroci stojí venku, je tento vždy větší než $\operatorname{tg}\alpha$.

Tomáš Drbohlav

Úloha V . 3 ... *velké válení* *(5 bodů, řešilo 32 studentů)*

Označme h převýšení nakloněné roviny a α velikost úhlu, který svírá nakloněná rovina s vodorovnou rovinou. Označme ω_1 úhlovou rychlost rotace vnějšího válce a ω_2 úhlovou rychlost rotace vnitřního válce; vzhledem k tomu, že se válce po sobě pohybují bez prokluzování, bude platit

$$v = R_1\omega_1 \quad\Rightarrow\quad \omega_1 = \frac{v}{R_1}\,, \tag{9}$$

$$r_1\omega_1 = R_2\omega_2 \quad\Rightarrow\quad \omega_2 = \frac{r_1}{R_2}\omega_1 = \frac{r_1 v}{R_1R_2}\,. \tag{10}$$

Kinetická energie soustavy se skládá z translační a rotační složky:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(M_1+M_2)v^2 + \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2\,. \tag{11}$$

Vypočteme moment setrvačnosti např. J_1 vnějšího dutého válce $J_1 = J_{1,0} - J_{1,i}$, kde $J_{1,0}$ je moment setrvačnosti celého válce (tj. bez dutiny) a $J_{1,i}$ je moment setrvačnosti válce, který by vyplnil dutinu, tedy

$$J_{1,0} = \frac{1}{2}\Big(M_1\frac{R_1^2}{R_1^2-r_1^2}\Big)R_1^2\,, \tag{12}$$

$$J_{1,i} = \frac{1}{2}\Big(M_1\frac{r_1^2}{R_1^2-r_1^2}\Big)r_1^2\,, \tag{13}$$

$$J_1 = J_{1,0} - J_{1,i} = \frac{1}{2}M_1(R_1^2+r_1^2)\,. \tag{14}$$

Výrazy v závorkách představují hmotnosti plných válců, které jsou samozřejmě jiné než M_1. Celková kinetická energie soustavy tedy bude

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(M_1+M_2)v^2 + \frac{1}{4}M_1(R_1^2+r_1^2)\omega_1^2 + \frac{1}{4}M_2(R_2^2+r_2^2)\omega_2^2\,, \tag{15}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(M_1+M_2)v^2 + \frac{1}{4}M_1\frac{R_1^2+r_1^2}{R_1^2}v^2 + \frac{1}{4}M_2\frac{(R_2^2+r_2^2)r_1^2}{R_1^2R_2^2}v^2. \tag{16}$$

Pohybuje-li se soustava bez tření, bude na úpatí nakloněné roviny podle zákona zachování energie platit $E_{kin} = E_{pot} = (M_1+M_2)gh$. Je-li konečná rychlost soustavy v (předpokládáme, že se soustava pohybuje rovnoměrně zrychleně bez případných kmitů malého válce uvnitř velkého), bude pro její zrychlení platit

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}\,. \tag{17}$$

Porovnáním vztahu pro energie vyjádříme

$$v^2 = \frac{(M_1 + M_2)gh\sin\alpha}{\frac{1}{2}(M_1 + M_2) + \frac{1}{4}M_1\frac{R_1^2 + r_1^2}{R_1^2} + \frac{1}{4}M_2\frac{(R_2^2 + r_2^2)r_1^2}{R_1^2R_2^2}}\,. \tag{18}$$

Nyní již zbývá jen dosadit do vztahu pro zrychlení, $s = \dfrac{h}{\sin\alpha}$, tedy výsledný vztah bude

$$a = \frac{\frac{1}{2}(M_1 + M_2)g\sin\alpha}{\frac{1}{2}(M_1 + M_2) + \frac{1}{4}M_1\frac{R_1^2 + r_1^2}{R_1^2} + \frac{1}{4}M_2\frac{(R_2^2 + r_2^2)r_1^2}{R_1^2R_2^2}}\,. \tag{19}$$

Bude-li válců více, změní se výsledný vztah tak, že v čitateli bude součet hmotností všech válců a ve jmenovateli bude několik dalších členů za „čtvrtinami“ vhodně pronásobenými poloměry válců. Tedy například pro tři válce

$$a = \frac{\frac{1}{2}(M_1 + M_2 + M_3)g\sin\alpha}{\frac{1}{2}(M_1 + M_2) + \frac{1}{4}M_1\frac{R_1^2 + r_1^2}{R_1^2} + \frac{1}{4}M_2\frac{(R_2^2 + r_2^2)r_1^2}{R_1^2R_2^2} + \frac{1}{4}M_3\frac{(R_3^2 + r_3^2)r_1^2r_2^2}{R_1^2R_2^2R_3^2}}\,. \tag{20}$$

Daniel Kráľ

Úloha V . 4 ... *vodotrysk v lodi Rychlých šípů* *(4 body, řešilo 33 studentů)*

Tuto úlohu mnozí z vás řešili pomocí Bernoulliho rovnice. Je to jistě jeden z možných způsobů, ale někteří se v řešení ztratili, a nic nespočítali.

Stačila jednoduchá úvaha: Voda u dna lodi má přesně takovou tlakovou potenciální energii, která stačí na to, aby vyvrtanou dírou vystoupila opět do výšky okolní hladiny.

Tuto úvahu můžeme zpřesnit tak, aby platila pro případ, kdy se loďka potápí: Představme si, že na díru vytvořenou Dlouhým Bidlem vodotěsně připevníme ve svislém směru trubici. Pak se nepochybně hladina v trubici ustálí ve výšce odpovídající velikosti případného vodotrysku. Pokud se takto upravená loď bude pohybovat ke dnu, nic to nezmění na tom, že hladina v trubici bude ve stejné výšce jako hladina okolní. Z toho plyne, že nejvyšší možný vodotrysk sahá do výše okolní hladiny.

Několik poznámek k tomu, kdy to vůbec takto funguje: Vlivem různých třecích a odporových sil bude vodotrysk pravděpodobně nižší. Uvažovali jsme pouze případ, kdy na loďku nepůsobí další síly a zrychlení. Pokud by Rychlonožka do loďky skočil, mohla by voda vyšplouchnout i výše. Nejednalo by se však o trvalý jev. Zanedbali jsme také kapilární efekty.

Závěr: Příznivci Rychlých šípů se asi moc nepobaví.

Jiří Franta

Úloha V . 5 ... šlechtic (hrabě či hrábě) *(6 bodů, řešilo 37 studentů)*

Na začátku, těsně před osudným pádem, se náš veliký šéf nachází ve výši $H = 1\,\mathrm{m}$ nad podlahou. Následně padá, padá a padá, dokud se jeho podrážky nedotknou nejvyšší části nastraženého hrabla. K této srážce dojde poté, co náš Big Boss uletí volným pádem vzdálenost $H - z$, kde z je výška kovového hrabla. Páně šéfova rychlost v tomto okamžiku tedy bude ze zákona zachování energie, jelikož zanedbáváme odpor prostředí,

$$v = \sqrt{2g(H-z)}\,. \tag{21}$$

Nyní může dojít ke dvěma zásadně odlišným, nicméně zajímavým fyzikálním situacím.

1. Šéfovy podrážky zařvou, načež ostré hrablo protkne nepevnou šéfovu nohu skrz naskrz. Valná většina řešitelů obzvlášť v tomto bodě projevila svoji neskonalou zlomyslnost, rozebíravše dopodrobna anatomii lidských končetin.

Tento případ je bohužel vyloučen formulací zadání.

2. Předpokládejme, že náš šéf má dokonale pevnou obuv značky ****. (Navíc má šéf hroší kůži.) Potom se mu hrablo do nohou nezaryje.

Srážka obuv–hrábě (jak víme z praxe a jak bylo explicitně uvedeno v zadání, což většina řešitelů jaksi nezaregistrovala) však bude nepružná. Pokud bychom totiž předpokládali srážku pružnou, šéf by se od hrabla odrazil (každý zná pružnou srážku kulečníkových koulí). Někteří řešitelé se ctihodné opravovatele této úlohy snažili přesvědčit, že dopadne-li noha šéfova na hrábě úplně kolmo, nemůže dojít k smutné události popisované v zadání. Ve skutečnosti je podlaha pod hráběmi pružná, takže se při srážce trochu prohne. Tím vznikne otáčivý moment, který způsobí rotaci hrabí a šéfův smutný konec. (Kdyby se podložka neprohnula, vynacházelo by se jeho lordstvo v poloze kromobyčej vratké, takže další vývoj situace by záležel na malé výchylce od rovnováhy. Kdo však měl někdy čest navštívit šéfa na pokoji B609, dobře ví, že podlaha je dostatečně pružná a prohne se.)

Srážku boty–hrábě tedy považujme za nepružnou. Dojde při ní ke ztrátě energie. Zákon zachování hybnosti však platí i pro tento případ.

Před srážkou byla šéfova hybnost $p = Mv = M\sqrt{2g(H-z)}$. Po srážce bude mít šéf rychlost v'. Hybnost hrabí bezprostředně po srážce označme p^*. Celková hybnost soustavy šéf–hrábě bude po srážce určena jako $p' = Mv' + p^*$. Spočtěme p^*. Jistě platí

$$p^* = \sum_i m_i v_i = \sum_i m_i r_i \omega' = \frac{1}{2} m_1 z\omega' + \frac{1}{2} m_2 l\omega'\,, \tag{22}$$

kde m_i jsou hmotnosti všech částí náležejících hrábím, r_i jejich vzdálenosti od osy rotace, ω jest úhlová rychlost pohybu hrabí po srážce, tedy i každé jejich složky, l je délka smrtící násady. Protože šéf hrábě neopouští, pohybuje se těsně po srážce rychlostí konce hrabla, tedy $v' = z\omega'$.

Odtud máme

$$p' = Mv' + \frac{1}{2} v'(m_1 + m_2 \frac{l}{z})\,. \tag{23}$$

Ze zákona zachování hybnosti je $p' = p$, z čehož plyne

$$v' = \frac{M\sqrt{2g(H-z)}}{M + \frac{1}{2}(m_1 + m_2 l/z)}\,. \tag{24}$$

Pro další pohyb soustavy šéf–hrábě platí zákon zachování energie (při zanedbání takových přízemních jevů, jako je kupříkladu odpor prostředí). Předpokládejme zde, že hrábě po podlaze neprokluzují. Celková energie soustavy E_1 těsně po dopadu šéfa na hrablo jest rovna celkové energii E_2 soustavy v okamžiku, kdy je násada svislá. Zjevně

$$E_1 = \frac{1}{2}Mv'^2 + \frac{1}{2}J\omega'^2 + Mgz + m_1 g\frac{z}{2}\,, \tag{25}$$

kde $v' = z\omega'$, J je moment setrvačnosti hrabí $J = \frac{1}{3}m_1z^2 + \frac{1}{3}m_2l^2$, pričemž $m_1z^2 \ll m_2l^2$, tedy můžeme přibližně psát $J \approx \frac{1}{3}m_2l^2$.

$$E_2 = \frac{1}{2}Mv''^2 + \frac{1}{2}J\omega''^2 + m_2 g\frac{l}{2}\,, \tag{26}$$

kde v'', resp. ω'', je rychlost, resp. úhlová rychlost, šéfa v okamžiku srážky násady s jeho nebohým nosem, $v'' = \omega'' z$. Tedy

$$\frac{1}{2}Mv'^2 + \frac{1}{2}Jv'^2/z^2 + Mgz + m_1 g\frac{z}{2} = \frac{1}{2}M\omega''^2z^2 + \frac{1}{2}J\omega''^2 + m_2 g\frac{l}{2}\,. \tag{27}$$

Dostáváme úhlovou rychlost hrabí v okamžiku, kdy je násada kolmá na vodorovnou rovinu

$$\omega'' = \sqrt{\frac{Mv'^2 + Jv'^2/z^2 + 2Mgz + m_1gz - m_2gl}{Mz^2 + J}}\,. \tag{28}$$

V zadání jsme hovořili o úderu konce násady do nosu – oním koncem násady jsme mínili část násady, která odpovídá výšinám Jeho vzácného fr̆ňáku. Udeří-li násada v tuto chvíli do nosu našeho nejvyššího, pak tak učiní rychlostí $w = \{\omega''\}.1{,}8\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

Dodejme, že jsme splnili přání Jiřího Kvity – velkého šéfa jsme od něj pozdravovali a květiny do špitálu jsme mu donesli.

Filosofický závěr

Povšimněme si, že v případě srážky násady s Jeho váženým nosem bude již patrně šéfovi jedno, jestli je pružná nebo ne. Osobně se více přikláníme ke srážce nepružné. Definitivní odpověď na tuto otázku však může podat jedině experiment. Bohužel nám ještě není jasné, jak jej uskutečnit, aby byl opakovatelný.

Martin Krsek & Matouš Jirák

Úloha V . 6 ... *experimentální v dešti* *(8 bodů, řešilo 22 studentů)*

Velikost dešťových kapek se dá měřit mnoha metodami, ale v zásadě se metody dají rozdělit na ty, kdy měříme velikost jedné (náhodně odchycené) kapky, a ty, kde nachytáme velké a zhruba známé množství kapek a zjistíme průměrný objem námi zachycené kapky.

Jako ukázku jsem zvolil metodu z druhé skupiny: Měřil jsem objem vody V, která dopadla na plochu S_1 za dobu t_1 a současně počet kapek N, dopadnuvších na plochu S_2 za dobu t_2. Je velice dobré si veličiny zvolit tak, aby $S_1 > S_2$ a $t_1 > t_2$. Průměrný objem kapky pak vypočteme ze vztahu

$$V_{\mathrm{kapka}} = \frac{Vt_2S_2}{Nt_1S_1}\,. \tag{29}$$

Pokus č. 1:

Pardubice, 11.4.1997, mezi 14:55 a 15:00 SELČ, SZ vítr, 5°C

Změřené hodnoty:

$$t_1 = 113\,\mathrm{s}\,,\quad S_1 = 3\times 23{,}0\,\mathrm{cm}\times 27{,}5\,\mathrm{cm} = 1\,897{,}5\,\mathrm{cm}^2\,,\quad V = 10{,}4\,\mathrm{cm}^3\,,$$
$$t_2 = 17{,}5\,\mathrm{s}\,,\quad S_2 = 13{,}4\,\mathrm{cm}\times 9{,}2\,\mathrm{cm} = 123{,}28\,\mathrm{cm}^2\,,\quad N = 73\,.$$

Po dosazení do vzorce získám průměrný objem kapky $V_{\text{kapka}} = 1{,}43\,\text{mm}^3$.

Odhad chyby měření:

$$\begin{aligned}
\Delta t_1 &= 1\,\text{s}, && 1\%,\\
\Delta S_1 &= 5\,\text{cm}^2, && 0{,}2\%,\\
\Delta t_2 &= 0{,}2\,\text{s}, && 1\%,\\
\Delta S_2 &= 2\,\text{cm}^2, && 2\%,\\
\Delta V &= 0{,}1\,\text{cm}^3, && 10\%,\\
\Delta N &= \sqrt{N} = 8\ \text{kapek},^{1} && 11\%.
\end{aligned}$$

Celková chyba (odmocnina ze součtu kvadrátů): 15%.

Objem kapky: $V_{\text{kapka}} = 1{,}43 \pm 0{,}22\,\text{mm}^3$.

Pokusy č. 2, č. 3:

Metoda podobná jako v předchozím, ale položíme $t_1 = t_2$ (počítání kapek v reálném čase).

Pardubice, 8.5.1997, mezi 15:00 a 16:00 SELČ, bezvětří

Změřené hodnoty: $S_1 = 3 \times 23{,}0\,\text{cm} \times 27{,}5\,\text{cm} = 1\,897{,}5\,\text{cm}^2$, $V = 24{,}2\,\text{cm}^3$,
$S_2 = \pi\,(15\,\text{mm})^2 = 7{,}07\,\text{cm}^2$, $N = 15$.

Objem kapky: $V_{\text{kapka}} = 6{,}0 \pm 2{,}0\,\text{mm}^3$.

Změřené hodnoty: $S_1 = 3 \times 23{,}0\,\text{cm} \times 27{,}5\,\text{cm} = 1\,897{,}5\,\text{cm}^2$, $V = 13{,}3\,\text{cm}^3$,
$S_2 = \pi\,(54\,\text{mm})^2 = 91{,}6\,\text{cm}^2$, $N = 85$.

Objem kapky: $V_{\text{kapka}} = 7{,}6 \pm 1{,}0\,\text{mm}^3$.

Tím, že jsem počítal kapky současně s odběrem vzorku na objem, jsem jednak snížil počet vstupních veličin a také by to mělo odstranit případné změny intenzity deště během těch několika minut. Velká chyba v druhém pokusu je způsobena malým počtem kapek.

Závěr: Zjistil jsem, že typický rozměr dešťové kapky je několik jednotek mikrolitrů a že se může měnit až o řád mezi různými přeháňkami.

Podobně jako v klasické úloze s měřením výšky budovy pomocí barometru, i zde lze vymyslet mnoho dalších metod.

i) Mnoho z vás se rozhodlo změřit hmotnost několika konkrétních kapek na laboratorních vahách. Když se podařilo zabránit odparu kapek během vlastního vážení, dařilo se obvykle dosáhnout vysoké přesnosti. Snad jen vydělení nesprávnou hustotou (pro jinou teplotu) mohlo nepatrně snížit množství platných číslic ve výsledném objemu.

ii) Geniální měření objemu jednotlivých kapek bylo provozováno nejvíce na Slovensku. Za předpokladu, že se do savého papíru vejde konstantní množství vody na jednotku plochy, lze změřit skvrnu po dopadu kapky, a posléze si papír okalibrovat známým množstvím vody.

iii) „Metoda šmouhy“. Rozměry kapky lze určit nepřímo na základě určení její pádové rychlosti. Za jízdy dopravním prostředkem s průhlednými okny měříme úhly dešťových kapek rozmáznutých po skle vůči horizontále. Tangens tohoto úhlu je poměr rychlosti pádu kapky a rychlosti dopravního prostředku. Pro rychlost kapky by bylo nejvhodnější použít vzorec $F = \frac{1}{2} C S_{\text{kapka}} \rho_{\text{vzduch}} v_{\text{kapka}}^2$, plocha kapky je svázána s objemem přes poloměr, a to za předpokladu kulového tvaru kapky. Rychlost dopravního prostředku zjistíme pohledem na tachometr v případě auta, měřením časů mezi kilometrovníky v případě vlaku a dotazem u pilota v případě letadla. Zdroje chyb jsou následující: sklon vozovky, trati, či leteckého koridoru, vítr unášející kapky bokem a turbulence kolem kabiny.

iv) Velice piplavé je určování rozměrů šuplérou, přiloženou k již zachycené kapce. Není přesně určitelné, jaký má (bývalá) kapička geometrický tvar. Návrhy sahaly od tenké vrstvičky

[1] Jako chybu veličiny N jsem si zvolil $\sqrt{N}$, což je analogie z jaderné fyziky, kdy např. průlet jedné částice, či rozpad jednoho atomu je jevem náhodným, a až velké množství jednotlivých aktů umožní určit, jaká je intenzita záření nebo rychlost rozpadu izotopu.

neměnné tloušťky, přes kulovou úseč, až po polokouli.

v) Nereálnou teorii poslal jeden z řešitelů, když se pokoušel měřit rozdíl teplot, vzniklý uvolněním povrchové energie kapiček po dopadu.

vi) Vyfotografování padající kapky společně se škálou naráží na problémy s vysokou pádovou rychlostí, která vyžaduje velmi krátký čas fotografování. Rovněž je dobré použít místo s velkou intenzitou světla a z toho plynoucí velkou hloubkou ostrosti. Pro tuto metodu se nikdo z řešitelů nerozhodl, snad pro vysokou cenu fotografických materiálů.

vii) Pouštět déšť přes mřížku známých rozměrů. Menší kapičky propadnou. Výhoda: Při proměnlivé hustotě mřížky se dá určit i spektrum velikosti kapiček.

viii) Zastavovat kapičky ve vzdušném proudu známé rychlosti a posléze určení jejich rozměru podle výše uvedeného vzorce. I zde lze určit spektrum.

Poslední tři metody nikdo nepoužil.

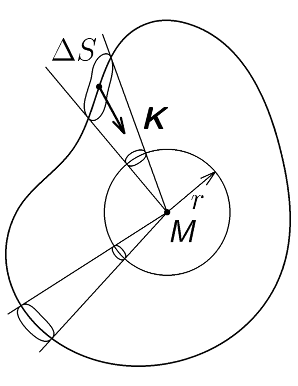
Honza Mocek

Řešení úlohy S . 5 ... *Slunce a meteoroidy* *(7 bodů, řešilo 16 studentů)*

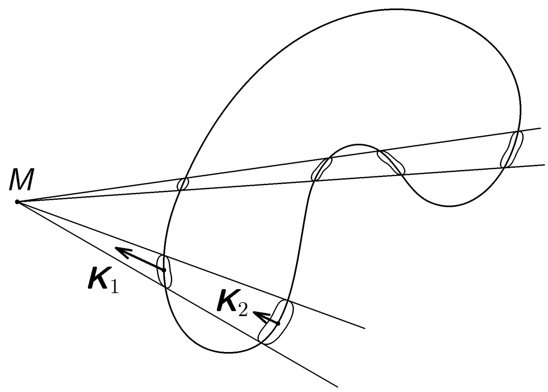
Jistě jste si všimli, že úlohy k 5. kapitole SNP byly tentokrát náročnější. Narozdíl od předchozích nesloužily moc k procvičení probrané látky, spíš se týkaly věcí, které se nevešly do seriálu. Pokud jste si s nimi nevěděli rady, chápejte toto autorské řešení, jako pokračování SNP.

a) Gravitační (a stejně i elektrostatická síla) se vyznačuje tím, že klesá se čtvercem vzdálenosti. Velikost intenzity gravitačního pole K (což je síla, která by v daném místě působila na těleso s jednotkovou hmotností) ve vzdálenosti r od hmotného bodu o hmotnosti M je tedy rovna $K = \kappa M/r^2$. Představme si úzký kužel s vrcholem umístěným do polohy hmotného bodu $\boldsymbol{M}$. Plocha S jeho podstavy je úměrná čtverci jeho výšky r (z podobnosti plyne, že poloměr podstavy je úměrný výšce r). Odtud tedy dostáváme, že součin velikosti intenzity K a plochy podstavy kužele S je pořád stejný a nezávisí na výšce kužele. Tento výsledek nezávisí na tvaru podstavy kužele, může to být třeba čtverec (pak je to vlastně jehlan).

Zkusme nějak využít náš zajímavý výsledek. Umístěme hmotný bod $\boldsymbol{M}$ do nějakého prostoru ohraničeného uzavřenou plochou S (viz obr 2a). Vyplňme celý prostor velkým množstvím úzkých kuželů. Budeme se snažit zjistit, jaká je suma přes všechny kužely ze součinu velikosti intenzity pole na povrchu plochy vymezené kuželem a velikosti průmětu této plochy do směru intenzity pole $\boldsymbol{K}$. Průmět této plochy odpovídá podstavě kužele. Obecně se součin velikosti intenzity K a průmětu $\Delta S'$ malé plochy ΔS do směru intenzity nazývá tok vektoru intenzity $\boldsymbol{K}$ plochou ΔS: $\Phi = K\Delta S'$. Námi zjištěný fakt lze v řeči toku přeformulovat takto: tok plochou podstavy kužele je pořád stejný. Vraťme se zpět k situaci na obrázku 2a. Díky tomuto výsledku je tok celkovou plochou Φ_S stejný jako tok přes kouli o poloměru r. Jelikož je intenzita pole kolmá na povrch koule, je tok přes plochu koule jednoduše $\Phi_k = 4\pi r^2 K = 4\pi\kappa M = \Phi_S$.



Obr. 2a



Obr. 2b

Co se stane, umístíme-li hmotný bod mimo naši uzavřenou plochu? Každý kužel ji protne dvakrát nebo čtyřikrát ($6\times,\ldots$), viz obr. 2b. Jak víme, tok přes každou plošku bude stejný. Jednou však do daného objemu vektor $\boldsymbol{K}$ vtéká a jednou vytéká. Celkový tok bude tedy nulový.

Bude-li ve hře více hmotných bodů, budou do celkového toku přes plochu přispívat pouze ty z nich, které se nacházejí uvnitř plochy. Jelikož je intenzita pole $\boldsymbol{K}$ součtem intenzit pocházejících od jednotlivých hmotných bodů, bude celkový tok roven

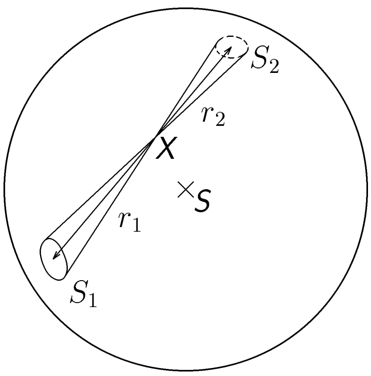
$$\Phi_S = 4\pi\kappa M_{\text{uvnitř}}\,, \tag{30}$$

kde $M_{\text{uvnitř}}$ je hmotnost objektů, které jsou uzavřeny danou plochou. Tento vztah se nazývá **Gaussova věta**.

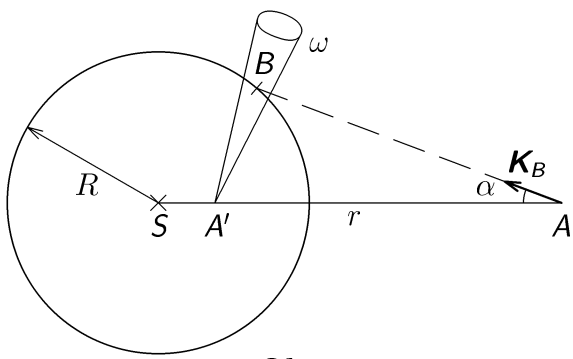
Teď už můžeme zjistit, jak vypadá gravitační pole izotropní koule o poloměru R. Ze symetrie plyne, že velikost intenzity může záviset pouze na vzdálenosti r od středu koule a že intenzita bude směřovat vždy do tohoto středu. Jako plochu, přes kterou budeme počítat tok intenzity Φ, si zvolme kouli o poloměru r se středem stejným jako naše izotropní koule. Protože je intenzita v každém bodě této plochy stejná, a navíc k ní kolmá, bude $\Phi = 4\pi r^2 K$. Tento tok jsme však schopni vypočítat i ze vztahu (30). Pro $r > R$ tato plocha obklopuje celou kouli, takže tento tok musí být roven $\Phi = 4\pi\kappa M_k$, kde M_k je celková hmotnost koule. Pro $r > R$ tak dostáváme známý vztah $K = \kappa M_k/r^2$. Gravitační pole vně koule je tedy stejné jako pole hmotného bodu o hmotnosti rovné hmotnosti koule umístěného do jejího středu.

Zvolíme-li $r < R$, pak je tok přes plochu určen pouze hmotností $M(r)$, která je soustředěna v kouli o poloměru r: $\Phi = 4\pi\kappa M(r)$. Intenzita gravitačního pole se rovná $K = \kappa M(r)/r^2$. Na gravitační pole ve vzdálenosti r uvnitř koule tedy nemá vliv hmota, která se nachází ve vzdálenosti větší než je r.

Příklad šel řešit i bez znalosti Gaussovy věty. Mějme hmotnou kulovou plochu. Dokážeme nejprve, že intenzita gravitačního pole je uvnitř této plochy nulová. Vnitřním bodem X veďme opět úzký kužel, tentokrát protažený na obě strany (viz obr. 3). Tento kužel vytkne na povrchu koule dvě plochy S_1 a S_2. Opět díky podobnosti útvarů je jejich poměr roven $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{r_1^2}{r_2^2}$. Gravitační síly, kterými působí obě plochy v daném místě, mají stejnou velikost, ale opačný směr, takže se jejich účinek vyruší.



Obr. 3



Obr. 4

Velice pěkný důkaz toho, že gravitační pole vně kulové slupky je stejné, jako by její hmota byla umístěna do jejího středu, zaslal Martin Ondráček. Zjistil, že intenzitu pole v bodě A (viz obr. 4) může počítat následujícím způsobem: bodem A', který leží na úsečce SA ve vzdálenosti $|SA'| = R^2/r$ od středu kulové plochy, vede úzký kužel o prostorovém úhlu ω. Tento kužel vytne na slupce plochu. Pro intenzitu pole K_B pak našel vztah

$$K_B = \frac{\kappa\omega M}{4\pi R^2\cos\alpha}\,. \tag{31}$$

Do celkové intenzity přispěje pouze průmět této intenzity do směru úsečky SA. Tento příspěvek je pro každý kužel stejný $\Delta K_B = K_B \cos\alpha = \kappa\omega M/4\pi R^2$. Vyplníme-li kužely celý prostor (čemuž odpovídá prostorový úhel 4π), dostaneme $K = \kappa M/R^2$.

b) Tento příklad (alespoň jeho první část) nebyl moc obtížný. Stejně jako v SNP stačilo v rovnici hydrostatické rovnováhy položit za Δr celý poloměr hvězdy R. Tlak v centru hvězdy se pak vyjádřil z rovnice polytropy $p = C\rho^\gamma$. Někteří z vás nevěděli, co to C znamená. Omlouvám se, v zadání jsem neuvedl, že je to jenom konstanta. Z rovnice hydrostatické rovnováhy tedy dostaneme:

$$C\rho^\gamma \approx \kappa M \frac{\rho}{R}, \tag{32}$$

kde M je celková hmotnost hvězdy. Hustotu hvězdy aproximujeme její střední hustotou $\bar\rho \approx M/R^3$. Jednoduchými úpravami nakonec dospějeme ke vztahu

$$R \approx \left(\frac{C}{\kappa}\right)^{\frac{1}{3\gamma-4}} M^{\frac{\gamma-2}{3\gamma-4}} \qquad \text{pro } \gamma \neq \frac{4}{3}. \tag{33}$$

V případě $\gamma = 4/3$ se R vykrátí a dostaneme vztah pro hmotnost hvězdy. Rovnovážný stav zde existuje jen pro určitou hmotnost, pro jiné hmotnosti se hvězda buď zhroutí nebo rozplyne. Zde bych upozornil na chybu v zadání, nedopatřením jsem zde uvedl, že případ $\gamma = 4/3$ odpovídá adiabatě. To není pravda, adiabatě odpovídá $\gamma = 5/3$.

Pusťme se do rozboru stability hvězdy. Rozlišujeme tři druhy rovnovážných poloh: poloha stabilní (při malé výchylce má systém tendenci vracet se do rovnovážného stavu), indiferentní (při malé výchylce systém zůstává v rovnovážném stavu) a labilní (při malé výchylce má systém tendenci vzdalovat se od rovnovážného stavu). V našem případě indiferentnímu rovnovážnému stavu odpovídá hvězda s $\gamma = 4/3$. Ať měníme její poloměr, jak chceme, vždy je v hydrostatické rovnováze.

Víme, že gravitační síla (například ve vzdálenosti $r = R/2$) je: $F_g \approx \mathrm{konst}/R^2$. Naopak tlaková síla je: $F_t \approx pR^2 \approx \mathrm{konst}/R^{3\gamma-2}$, kde jsme použili pro vyjádření tlaku rovnici polytropy. V rovnovážném stavu jsou si gravitační a tlaková síla rovny. Pro $\gamma > 4/3$ je mocnina u R ve vztahu pro tlakovou sílu větší než 2. Zmenšíme-li tedy poloměr hvězdy v rovnovážném stavu, bude tlaková síla větší než gravitační a hvězda bude mít tendenci se rozpínat. Naopak pro poloměry hvězdy větší než rovnovážný převáží gravitační síla nad tlakovou a hvězda se začne smršťovat, neboli opět se navracet do rovnovážné polohy. V případě $\gamma > 4/3$ se tedy jedná o rovnovážnou polohu stabilní. Pro $\gamma < 4/3$ je naopak mocnina u R ve vztahu pro tlakovou sílu menší než 2. Zmenšíme-li poloměr hvězdy, začne gravitační síla převažovat nad tlakovou a hvězda se bude čím dál více smršťovat. Zvětšíme-li poloměr hvězdy, převáží tlaková síla nad gravitační a hvězda se rozplyne. V případě $\gamma < 4/3$ se jedná tedy o hvězdu nestabilní.

Alexander Kupčo

Řešení VI. série

Úloha VI . 1 ... *kapalina mezi rovnoběžnými deskami* *(5 bodů, řešilo 32 studentů)*

Úlohu lze řešit celou řadou postupů. Nejjednodušší je úlohu si zbytečně nekomplikovat a stykový úhel mezi povrchem kapaliny a deskami položit roven $\pm 90°$, tedy předpokládat, že kapalina dokonale smáčí či nesmáčí desky. Vzhledem k tomu, že desky jsou nekonečné (v reálném případě je jejich délka mnohem větší než jejich vzdálenost), bude situace symetrická vzhledem ke každé rovině kolmé na obě desky i povrch kapaliny. Z této symetrie vyplyne, že povrch kapaliny bude „válcový“.

Nyní uvažujme úsek desek délky L. Ze symetrie nepůsobí na kapalinu žádná síla rovnoběžná s deskami. Na každé desce působí na její okraj povrch kapaliny silou $F_1 = \sigma L$, celková síla na kapalinu je $F = 2\sigma L$. Vzhledem k předpokladu o dokonalém (ne)smáčení je tato síla rovnoběžná s tíhovou silou působící na kapalinu mezi deskami. Směr této síly určuje, zda kapalina materiál desek smáčí nebo nesmáčí. Je-li zakřivení povrchu malé, je objem kapaliny v uvažovaném úseku $V = hLd$. V případě, že kapalina desky smáčí, je tíhová síla na ni působící $F_g = mg = \rho V g = \rho hLdg$. Jelikož je kapalina v rovnovážném stavu, platí $F = F_g$, a tedy

$$h = \frac{2\sigma}{\rho d g}\,. \tag{34}$$

V opačném případě, tj. kapalina desky nesmáčí, dostaneme obdobný vztah až na to, že kapilární sílu vyrovnává tlaková síla kapaliny.

Mám radost, že mohu konstatovat, že drtivá většina řešitelů dospěla ke správnému vztahu, ať už tímto či jiným způsobem (např. úvahami o kapilárním tlaku pod válcovým povrchem). Některým z vás jsem však musel za nedostatečné zdůvodnění odvození vztahu (34), strhnout jeden až dva body.

Daniel Kráľ

Úloha VI . 2 ... *pružina, kvádr a tření* *(4 body, řešilo 33 studentů)*

V zadaní úlohy nebylo řečeno, v jakém stavu se na počátku soustava nachází, zda je pružina napjatá, stlačená, anebo v rovnovážné poloze. Rozebereme proto všechny možnosti.

Nejprve zavedeme souřadnou soustavu. Protože k vyřešení úlohy stačí vyšetřovat pohyb pouze kvádru č. 2, volíme souřadnice co nejvhodněji vůči danému tělesu. Osa x je v nárysu totožná s podložkou a její počátek je v místě, kde by se nacházelo těžiště kvádru č. 2, pokud by pružina byla v rovnováze.

Rozebereme si nyní silové působení na jednotlivé kvádry. Na oba působí stejná tíhová síla, a proto i stejná reakce podložky. Tyto síly jsou příčinou tření mezi kvádry a podložkou. Třecí síla má velikost $F_t = mgf$, kde f je koeficient tření, a působí vždy proti směru pohybu (dynamické tření), případně proti směru síly, která se snaží s tělesem pohnout (statické tření). Dále na oba kvádry působí síla pružiny, stejná co do velikosti, ale opačná co do směru. U této síly pro zjednodušení předpokládáme, že má během celého děje velikost úměrnou změně její délky: $F_p = k\Delta l$, kde k je tuhost pružiny. No a konečně na kvádr č. 1 působí síla od stěny, která vyrovnává všechny síly snažící se pohnout tímto kvádrem „skrz stěnu“. Ostatní síly (např. odporovou sílu vzduchu) zanedbáme.

Má-li se pohnout kvádr č. 1, což je zadáním úlohy, musí na něho působit síla pružiny směrem od stěny větší, než je třecí síla. K tomu je potřeba zjistit, zda se kvádr č. 2, při dané počáteční rychlosti, může dostat do místa, kde bude pružina dostatečně napnutá. Pro souřadnici tělesa č. 2, při vyrovnání síly tření a síly pružiny na těleso č. 1, musí platit

$$F_p = kx = F_t = mgf \quad \Rightarrow \quad x = \frac{mgf}{k}\,. \tag{35}$$

Kvádr č. 2 musí dosáhnout této souřadnice s nenulovou rychlostí, aby se pohnul kvádr č. 1.

Úlohu lze řešit dvěma způsoby. Buď napíšeme pohybové rovnice, kdy je nutno kvůli třecí síle rozlišit případy pohybu kvádru č. 2 směrem ke stěně a ode stěny. Rovnice mají tvar

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = mgf - kx\,, \quad \text{pro pohyb ke stěně,} \tag{36}$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -mgf - kmx\,, \quad \text{pro pohyb ode stěny.} \tag{37}$$

K těmto rovnicím musíme navíc zadat počáteční podmínky $x(t=0)=x_0$ a $v(t=0)=v_0$. Řešení je však, i když jej lze provést, obtížnější. Proto budeme úlohu řešit snazším způsobem: přes zákon zachování energie, kde započteme i přeměnu pohybové energie na tepelnou energii, která je způsobena třením. Uvažujeme přitom pouze těleso č. 2, které se pohybuje.

Na počátku děje má kvádr č. 2 energii

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2\,, \tag{38}$$

kde první člen je kinetická energie a druhý člen vyjadřuje potenciální energii přítomnou díky silovému působení pružiny. Předpokládáme zde, že těleso má v čase $t=0$ rychlost o velikosti v_0 směrem ke stěně. Této rychlosti nabylo určitým, blíže nepopsaným způsobem (např. velmi krátkým působením značné síly – úderem apod.). Počáteční výchylka x_0 je buď kladná, pokud je pružina napnuta, nulová, je-li v rovnováze, nebo záporná, je-li stlačena.

V určitém čase t_1 se kvádr přestane pohybovat směrem ke stěně a díky síle od pružiny se začne vracet zpět. V tomto okamžiku bude mít polohu x_1 a pouze potenciální energii, která se bude rovnat počáteční energii zmenšené o energii, která se přeměnila v teplo vlivem tření, tedy

$$E_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 = E_0 - mgf(x_0 - x_1)\,. \tag{39}$$

Konečně v čase t_2 dosáhne kvádr souřadnice $x = \dfrac{mgf}{k}$, potřebné k tomu, aby se pohnul kvádr č. 1. V tomto okamžiku bude mít kvádr č. 2 energii

$$E_2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_1 - mgf(x - x_1)\,. \tag{40}$$

Část energie se opět ztratila třením.

Z rovnic (39) a (40) můžeme dosazením za E_0 z (38) a za x z (35) vyjádřit x_1 a v_0 pro krajní případ, kdy bude rychlost v kvádru č. 2 po dosažení souřadnice x nulová, čímž vypadne člen kinetické energie v rovnici (40). Uvědomíme-li si, že vzhledem ke zvolené souřadné soustavě musí být $v_0 < 0$ a $x_1 < 0$, obdržíme po úpravách

$$x_1 = -3\frac{mgf}{k}\,, \tag{41}$$

$$v_0 = -\sqrt{15g^2f^2\frac{m}{k} + 2gfx_0 - x_0^2\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad v_0 = -gf\sqrt{\frac{m}{k}}\sqrt{15}, \quad \text{pro } x_0 = 0\,. \tag{42}$$

K tomuto výsledku mnozí z vás došli.

Měla by následovat krátká diskuse výsledků. Předně bychom si měli uvědomit to, že při velkém tření by dle našeho výpočtu (viz vztah (41)) muselo být také velké stlačení pružiny. Tedy v reálném případě musí být jednak vzdálenost mezi kvádry větší než x_1, dále pružina musí být natolik pružná, aby dovolila stlačení o tuto hodnotu. Jinak dojde k odrazu (ať už pružnému, či nepružnému) kvádru č. 2 a úloha se zkomplikuje, poněvadž pak musíme započítat délku plně stlačené pružiny.

Uvažujeme-li nenulové x_0, pak pro $x_0 < -3\dfrac{mgf}{k}$ a $x_0 > \dfrac{mgf}{k}$ je řešení více než jednoduché. V těchto případech může být totiž počáteční rychlost kvádru č. 2 nulová a kvádr č. 1 se pohne vždy.

Karel Houfek

Úloha VI.3 … *kulečník* *(5 bodů, řešilo 26 studentů)*

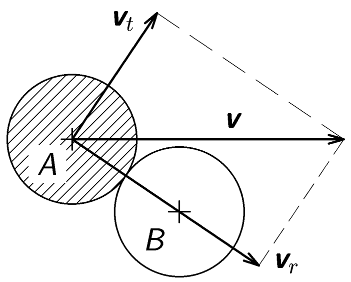
Řešení úlohy započneme tvrzením, které si snadno dokážete sami.

Pokud se srazí dvě stejné koule dokonale pružným středovým rázem, pak si vzájemně vymění rychlosti. Vypadá to tedy, jako by proletěly skrz sebe. (Ale jen vypadá!)

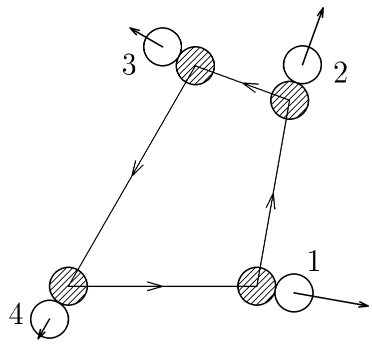
Ve speciálním případě, kdy koule B stála a koule A do ní vrazila, se koule A zastaví (v ideálním případě na místě) a koule B se začne pohybovat stejným směrem a stejnou rychlostí jako se pohybovala koule A.

Pokud dojde k necentrálnímu rázu, můžeme k řešení úlohy o dalším pohybu koulí využít výše uvedeného tvrzení. Protože v naší úloze bude při srážkách koulí jedna z nich vždy v klidu, budeme řešit jednodušší variantu, než kdyby se obě koule mohly pohybovat.

Rozložíme vektor rychlosti $\boldsymbol{v}$ nalétávající koule A na dvě komponenty. Jedna ($\boldsymbol{v}_r$) bude namířena na střed koule B, druhá ($\boldsymbol{v}_t$) bude tečná k povrchu koule B (viz obr. 5). Protože neuvažujeme tření, dojde prakticky ke středovému rázu koule A pohybující se rychlostí $\boldsymbol{v}_r$ s koulí B. Koule B se začne pohybovat rychlostí $\boldsymbol{v}_r$ a koule A bude mít rychlost $\boldsymbol{v}_t$. Snadno se přesvědčíte, že úhlová odchylka vektorů $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{v}_t$ může být maximálně 90°, což však ve skutečnosti odpovídá středovému rázu, tj. nalétávající koule by se zastavila.



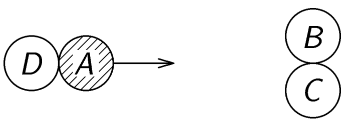
Obr. 5



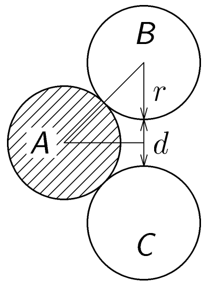
Obr. 6

Z výše uvedeného vyplývá, že nejmenší počet koulí v případě, že uvažujeme pouze „dvoukoulové“ srážky je: 4 (to jsou ty rozmístěné) + 1 (to je ta, co do ní na začátku strčíme) = 5, přičemž schematické rozmístění koulí je zachyceno na obr. 6.

Musím říci, že tady se hodně z vás dopustilo chyby, protože jste si neuvědomili, že není omezení na úhel při poslední srážce. Nic si z toho nedělejte, udělal jsem stejnou botu jako vy.



Obr. 7



Obr. 8

Nicméně existuje uspořádání, při němž dojde k požadovanému efektu za účasti pouhých čtyř koulí (viz obr. 7). Zde dochází k zajímavé situaci. Použitím pouze dvou rovnic (zákonů zachování (ZZ) hybnosti a energie) úlohu o dalším pohybu koulí po srážce nevyřešíme. Získáme na závěr dvě rovnice o třech neznámých (např. tři rychlosti). Proto musíme použít předpokladu o dokonale tvrdých koulích k tomu, abychom mohli říci, že koule B a C se rozletí pod úhlem 60°, tj. že koule se začnou pohybovat ve směru síly, jež na ně při srážce působila. Tak zjistíme, že koule A se odrazí zpět s nenulovou rychlostí a po nárazu do koule

D se zastaví. No a to je přesně to, co jsme chtěli.

Pro zajímavost si to spočtěme s tím, že koule B a C se nemusejí dotýkat (viz obr. 8).

Pak platí (užitím ZZ), že

$$v = w + \frac{\sqrt{12r^2 - 4rd - d^2}}{2r} u \quad \text{a} \quad v^2 = w^2 + 2u^2 \,, \tag{43}$$

kde v, resp. w je velikost rychlosti koule A před srážkou, resp. po srážce a u je velikost rychlosti, kterou bude mít po srážce koule B i C.

Nás zajímá situace, kdy se koule A zastaví, tj. $w = 0$. To nastane pro

$$d = 2r(\sqrt{2} - 1) \approx 0{,}82r \,. \tag{44}$$

Vidíme, že rezerva pro to, aby došlo k odrazu koule A při nedotýkajících se koulích B a C, je značná.

Můžete si ještě rozmyslet, co se stane, pokud se netrefíte přesně mezi koule, a také, jaký bude mít vliv to, že koule se budou lehce deformovat, tj. nebudou dokonale tvrdé. Přeji příjemné přemýšlení a spoustu nápadů.

Tomáš Sýkora

Úloha VI . 4 ... *lanovka* *(4 body, řešilo 28 studentů)*

Pro jednoznačnost předpokládejme následující dopravní režim prázdné vzducholodi. Nejprve vzducholoď vystoupá do výšky h (zde 300 m) a pak se prodlužuje lano z místa, kde vzducholoď startovala, současně se přitahuje lano vedoucí z místa, kam směřuje, tak, aby vzducholoď zůstala v konstantní výšce. Přistání nechť je opět kolmé.

Zanedbáme též změny hustoty vzduchu s výškou, nechť je vztlaková síla konstantní $F_0 = mg = 49\,050\,\mathrm{N}$.

Zavedeme označení: F_1, F_2 nechť jsou síly působící na jednotlivá lana, délka základny je $l = 3\,\mathrm{km}$, vzducholoď nechť je ve vodorovné vzdálenosti x od bodu, kde je upevněno první lano ($0 \leq x \leq l$).

Pro složky těchto sil platí

$$F_1x = F_2x \,, \tag{45}$$

$$F_1y + F_2y = F_0 \,. \tag{46}$$

Z geometrických úvah lze dále odvodit další rovnice, svazující jednotlivé složky sil a geometrii. Například můžeme vzít tyto čtyři rovnice

$$\frac{F_1y}{F_1} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}} \,, \qquad \frac{F_2y}{F_2} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + (h - x)^2}} \,, \tag{47}$$

$$\frac{F_1y}{F_1x} = \frac{h}{x} \,, \qquad \frac{F_2y}{F_2x} = \frac{h}{l - x} \,, \tag{48}$$

Máme šest rovnic pro čtyři neznámé ($F_1 a$ F_2 funkcemi svých složek), nemělo by být problém vyjádřit jednu ze sil pouze jako funkce l, h a x.

Z rovnic (45) a (48) získáme

$$\frac{F_1y}{F_2y} = \frac{x}{l - x} \,. \tag{49}$$

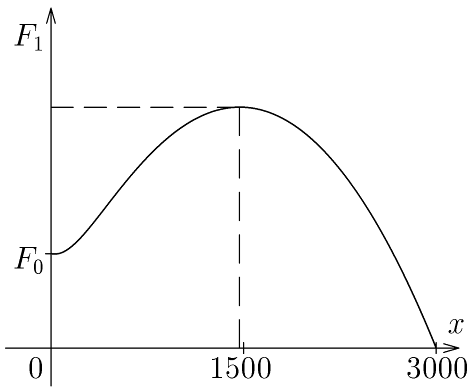
Tento vzorec vyjadřuje, že se síla F_0 rozloží do jednotlivých bodů nepřímo úměrně podle vzdálenosti. Odpovídá to situaci, kdy by lana byla nahrazena nehmotnou vodorovnou tyčí a svislými vlákny.

Po mnoha bezútěšných hodinách výpočtů jsme algebraický výpočet zadali počítači (ano, i to už ty stroje svedou) a získali jsme vyjádření pro F_1 pomocí známých veličin

$$F_1 = F_0 \frac{\sqrt{x^2 + h^2}(x - l)}{lh}\,. \tag{50}$$

Pro F_2 by to bylo díky symetrii podobné, jen je nutné vzájemně zaměnit výrazy x a $(l - x)$.

Maximum funkce lze zjišťovat různými způsoby. Kdo neumí derivovat, může hledat pomocí vypočítaných hodnot a nakresleného grafu (viz obr. 9). Je nicméně žádoucí extrém najít přesně, třeba metodou postupného půlení intervalů (za chvíli ukážeme proč).



Obr. 9

Exaktní hodnoty x, v nichž se může nacházet extrém, jsou dány rovnicí

$$F_1' = F_0 \frac{(l - 2x)x - h^2}{\sqrt{x^2 + h^2}lh} = 0\,. \tag{51}$$

Čitatel tvoří kvadratickou rovnici, jejíž kořeny snadno spočteme

$$x_{\text{extrém}1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 8h^2}}{4}\,. \tag{52}$$

Pro dané hodnoty se na intervalu nacházejí extrémy dva. Jak ukazuje graf (viz obr. 9), jedná se o mělké lokální minimum ve vzdálenosti cca 30 m a maximum pro $x = 1\,470\,\mathrm{m}$. Kdo si vypsal hodnoty po 100 metrech, nabyl dojmu, že maximum leží uprostřed, což číselně nedává velkou chybu, ale pro jiné vstupní hodnoty už to vliv mít může.

Pokud měníme poměr h/l, mění se i poloha, v níž dochází k extrémům. Zvyšujeme-li výšku h, maximum se posunuje stále více ke kraji, zatímco minimum mu „jde naproti“. Existuje určitá kritická výška, kdy je pod odmocninou v rovnici (52) nula, tj.

$$h = \frac{\sqrt{2}}{4} = 1\,060\,\mathrm{m}\,, \qquad x_{\text{extrém}1,2} = \frac{l}{4} = 750\,\mathrm{m}\,. \tag{53}$$

Oba extrémy zde splynou a funkce $F_1(x)$ zde má tzv. inflexní bod. Pokud dále zvětšujeme poměr, derivací již žádné extrémy nenalezneme, funkce je zde monotónní a extrémní hodnoty budou na kraji intervalu.

Číselně vyjde: $F_1(x = 1\,500\,\mathrm{m}) = 125\,050\,\mathrm{N}$,
$F_1(x = 1\,470\,\mathrm{m}) = 125\,100\,\mathrm{N}$,
$F_1(x = 30\,\mathrm{m}) = 48\,800\,\mathrm{N}$.

Poznámky: Několik jedinců si zadání vyložilo tak, že se vzducholoď pohybuje po elipse, vlastně půlelipse. Zda se toto zařízení buduje nevím, ale skutečně se o této variantě uvažovalo.

Honza Mocek

Úloha VI . 5 ... *vodovod* *(4 body, řešilo 13 studentů)*

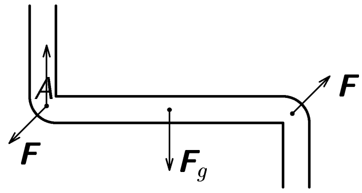
Úvodem bych se chtěl řešitelům omluvit za neúplné zadání úlohy. Naštěstí většina z vás pochopila zadání tak, jak bylo zamýšleno.

Prvním krokem k správnému vyřešení úlohy bylo zakreslení všech působících sil (viz obr. 10). Polovina z vás v této části úlohy neuspěla, a proto také nezískala žádné body. Shodou okolností je jejich výsledek **číselně** správný.

Označení veličin v úloze: ϱ je hustota vody, g – tíhové zrychlení, S – průřez trubky, l – délka trubky a M – hmotnost trubky.

Sílu $\boldsymbol{F}$ určíme z druhého Newtonova zákona

$$\boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t}\,, \tag{54}$$



Obr. 10

Dále nás bude zajímat pouze y-ová složka síly $\boldsymbol{F}$. Pro její velikost bude platit

$$F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{v\Delta m}{\Delta t} = v^2 \varrho S = \frac{Q_m^2}{\varrho S} = \frac{\varrho Q_v^2}{S}\,, \tag{55}$$

kde $Q_m = \Delta m/\Delta t = \varrho v S$ je hmotnostní průtok a $Q_v = \Delta V/\Delta t = vS$ průtok objemový.

Tíhová síla F_g bude

$$F_g = (M + \varrho l S) g\,. \tag{56}$$

Má-li zůstat trubka v klidu, musí být momenty působících sil vzhledem k bodu A v rovnováze.

$$0 = F_g \frac{l}{2} - F_y l\,. \tag{57}$$

Odtud dostaneme pro hmotnostní průtok rovnici

$$(M + \varrho l S) g \frac{l}{2} = \frac{Q_m^2}{\varrho S} \quad \Rightarrow \quad Q_m = \sqrt{\frac{g\varrho S(M + \varrho l S)}{2}}\,. \tag{58}$$

Pro objemový průtok pak obdržíme

$$Q_v = \sqrt{\frac{gS(M + \varrho l S)}{2\varrho}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{g(M + \varrho l S)}{2\varrho S}}\,. \tag{59}$$

Vladimír Slavík

Úloha VI . 6 ... *jak tlustý je papír?* *(8 bodů, řešilo 34 studentů)*

Vzhledem k tomu, že naprostá většina z vás měřila tloušťku papíru klasickým způsobem, to jest metodou přímou pomocí mikrometru nebo jiného, více či méně přesného měřidla, rozhodla jsem se, že udělám v řešení trochu změnu. Myslím si totiž, že je docela zbytečné takovou jednoduchou věc po vás přeměřovat, a tak vás seznámím ještě s jinými metodami měření a znudím vás trochou té statistiky.

Jak jistě víte, tloušťku papíru lze změřit metodou přímou. Měřit se dá 1 list až N listů, přičemž počet listů hraje nemalou roli při tomto způsobu měření, o čemž se mnozí z vás přesvědčili. Je samozřejmé, že se tím ovlivňuje přesnost měření, a tedy i chyba. Postup je velice jednoduchý. Vezmeme sešit, odstraníme desky, pokusíme se tak trochu vytlačit vzduch nacházející se mezi jednotlivými listy a hurá, můžeme měřit. Změříme tedy výšku stohu papíru, nejlépe na více místech a vícekrát. Výsledek pak dělíme počtem papírů. Jak prosté, milý Watsone. Nesmíme však zapomínat na to, že papír se nám při měření tlakem měřidla deformuje, čímž jsou výsledky zkreslené. I s tím si mnozí z vás poradili. Jednoduše dali papíry mezi dvě podložky, které už tak snadno zdeformovat nejde. Tloušťku těchto podložek pak odečetli od výsledného měření.

Další takovou docela jednoduchou metodou je metoda objemová. Pomocí odměrného válce naplněného kapalinou změříme objem papírového listu. Pak už jen změříme dvě delší strany papírového kvádru a tloušťka listu je na světě. Měření provádíme několikrát, to kvůli přesnosti.

Objevilo se zde i velmi zajímavé řešení tohoto problému. Nazvěme ho kapková metoda. Ta spočívá v tom, že pomocí pipety kápneme kapku o známém objemu na sklíčko, na kterém se nachází papír. Tento papír je však mírně poupraven, a to tak, že je uprostřed něj vystřihnutý otvor, uvnitř kterého se nachází již zmíněná kapka. To vše se velmi opatrně přikryje dalším sklíčkem a dává se pozor, aby se zdeformovaná kapka nevsála do papíru. Ta se totiž zmáčkne až na úroveň tloušťky papíru. Nezbývá nic jiného, než změřit průměr kapky (kruh) a z toho, že kapka má nyní tvar válce (výška je právě ta hledaná tloušťka papíru) a známého objemu snadno spočteme to, co potřebujeme. Toto měření vyžaduje poměrně velkou přesnost a chuť si vyhrát. Problém je totiž v tom, že pipeta není moc vhodná na takovýto pokus a to z toho důvodu, že kapka by měla mít malý objem (to abychom nemuseli brát velký kus papíru), což se pipetou velmi těžce dosahuje. Ale určitě existuje něco jiného, mnohem přesnějšího, čím se dá dosáhnout toho, že daná kapka bude mít daný objem.

A teď něco statistiky. Místo měření bych vám totiž raději demonstrovala to, co jste naměřili vy sami. Takže:

Brněnské papírny:	
Sešit typu PT 440	$d = 80\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu PT 540	$d = 77\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu M 520	$d = 92\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu PN 2-260-94	$d = 70\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu PN 2-100-96	$d = 69\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu PT 560	$d = 83\,\mu\mathrm{m}$
Sešit typu PT 460	$d = 81\,\mu\mathrm{m}$
Slovensko-Slavošické papírny:	$d = 73\,\mu\mathrm{m}$
Neuvedený výrobce:	$d = 75\,\mu\mathrm{m}$

Tedy celkově vychází v průměru na Českou republiku tloušťka papíru ve školních sešitech na 77,5 µm. Jak je vidět, Slovenská republika má papíry asi o 5 µm tenčí.

A ještě jeden postřeh: David Kubizňák spočetl, že pokud přehnete papír celkem 42 krát, dostanete stejnou výšku tohoto papíru jako je vzdálenost Země–Měsíc. Toť praktická úloha pro ty, kteří nemají o prázdninách co dělat.

Budka

Řešení úlohy S . 6 ... *hmotnost hvězd a tak* *(4 body, řešilo 15 studentů)*

a) V poslední kapitole SNP jsme si ukázali, že svítivost hvězdy L je úměrná třetí mocnině její hmotnosti M: $L \sim M^3$. Pro energii E, kterou vyzáří za dobu t, pak můžeme psát $E \sim M^3 t$. Hvězda během svého života získává energii převážně z přeměny jader vodíku na hélium. Zásoba energie E_z je tedy úměrná počtu protonů ve hvězdě, a tím i celkové hmotnosti hvězdy: $E_z \sim M$. Tato zásoba, za předpokladu, že se svítivost hvězdy s časem moc nemění, vystačí na dobu

$$T = E_z/L \sim M/M^3 \sim M^{-2}, \tag{60}$$

neboli doba života hvězdy je nepřímo úměrná druhé mocnině její hmoty.

b) V této úloze se vyskytuje celkem pět neznámých: hmotnosti složek dvojhvězdy $\mathcal{M}_A$, $\mathcal{M}_B$, jejich absolutní magnitudy M_A, M_B a vzdálenost dvojhvězdy od Země r. Znalost poslední veličiny nám umožňuje jednoduše určit hodnoty zbývajících čtyř. Absolutní magnitudy složek spočteme z Pogsonovy rovnice (viz úloha **S . I**) ze známých vizuálních magnitud m_A a m_B

$$M = m + 5 - 5\log r\,, \tag{61}$$

kde vzdálenost dosazujeme v parsecích. Hmotnosti složek určíme z empirické formule (6.8),

$$\log \mathcal{M} = 0{,}56 - 0{,}12M\,, \tag{62}$$

zde je hmotnost hvězdy vyjádřena v násobcích hmotnosti Slunce $\mathcal{M}_\odot$. Kombinací obou rovnic obdržíme pro hmotnost hvězdy

$$\mathcal{M} = 10^{-0{,}04-0{,}12m}\, r^{0{,}6}. \tag{63}$$

Další vztah mezi vzdáleností dvojhvězdy a hmotnostmi složek plyne ze známého zobecněného III. Keplerova zákona:

$$\frac{a^3}{T^2(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)} = \text{konst.}\,, \tag{64}$$

kde a je velká poloosa oběžné dráhy a T oběžná doba systému. Hodnotu konstanty určíme ze známých veličin a_Z a T_Z pro systém Země–Slunce. Budeme-li dosazovat velkou poloosu v astronomických jednotkách, oběžnou dobu v rocích a hmotnosti složek v násobcích hmotnosti Slunce, je tato konstanta rovna jedné ($a_Z = 1\,\mathrm{AU}$, $T_Z = 1\,\mathrm{rok}$, $\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_\odot$, $\mathcal{M}_B = \mathcal{M}_Z \approx 0$).

Velká poloosa dráhy dvojhvězdy 70 Oph má na obloze úhlovou délku $A = 4{,}551''$. Její skutečnou velikost v astronomických jednotkách dostaneme ze vztahu $a = Ar$, kde za r dosazujeme vzdálenost v parsecích. Tento vztah plyne z definice parseku. (Jeden parsek je vzdálenost, ze které se jeví úsečka délky jedné astronomické jednotky jako úsečka s úhlovou délkou $1''$.) Dosazením do (64) obdržíme hledaný druhý vztah mezi r, $\mathcal{M}_A$ a $\mathcal{M}_B$:

$$\frac{(rA)^3}{T^2} = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B\,. \tag{65}$$

Hmotnosti složek vyjádříme z (63) a po úpravě nalezneme

$$r^{2{,}4} = \frac{T^2}{A^3}\, 10^{-0{,}04} \left[10^{-0{,}12m_A} + 10^{-0{,}12m_B}\right]. \tag{66}$$

Číselná hodnota vzdálenosti dvojhvězdy 70 Oph je $r = 4{,}77\,\mathrm{pc}$. Hmotnosti složek vypočtené z (63) jsou pak $\mathcal{M}_A = 0{,}79\,\mathcal{M}_\odot$ a $\mathcal{M}_A = 0{,}54\,\mathcal{M}_\odot$.

Na závěr bych ještě rád dodal, že v přípravě posledních tří kapitol SNP jsme čerpali hlavně z těchto knih:

M. Šolc, J. Švestka, V. Vanýsek: *Fyzika hvězd a vesmíru*, SPN, Praha 1991;
V. Balek: *Prečo svietia hviezdy?* Alfa, Bratislava 1986.

Pokud zaujaly problémy řešené v tomto ročníku SNP, jehož tématem byla astronomie a astrofyzika, pak vám tyto knihy vřele doporučuji.

Alexander Kupčo

Supermozky

*(Převzato z knihy **To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!**)*

Když jsem byl ještě postgraduální student v Princetonu, pracoval jsem u Johna Wheelera jako asistent. Snažil jsem se vyřešit problém, který mi předložil, ale připadal mi stále těžší a těžší a já se nemohl hnout z místa. Tak jsem se vrátil k nápadu, který jsem měl kdysi na MIT. Spočíval v tom, že elektrony nepůsobí samy na sebe, ale pouze na jiné elektrony.

Šlo o následující problém: Když zatřesete elektronem, vyzařuje energii, takže jeho energie ubývá. To znamená, že na něj musí působit síla, a ta síla musí záviset na náboji elektronu (nenabitá částice energii nevyzařuje). Podle standardní teorie vytváří tuto sílu (zvanou brzdná síla) působení elektronu na sebe sama. Jenže já měl jen elektrony působící na *jiné* elektrony, takže jsem si uvědomoval jisté potíže. (Na MIT jsem dostal tenhle nápad, aniž bych potíže postřehl, ale v Princetonu jsem už věděl, že tu problém je.)

Uvažoval jsem takhle: Zatřesu jedním elektronem. Ten způsobí, že se zatřese jiný elektron poblíž, a zpětné působení tohoto elektronu poblíž bude původcem brzdné síly. Udělal jsem nějaké výpočty a šel je ukázat Wheelerovi.

Wheeler řekl okamžitě: „To nebude dobře, protože to závisí nepřímo úměrně na čtverci vzdálenosti ostatních elektronů, a na těchto proměnných by to vůbec záviset nemělo. Také to bude nepřímo úměrné hmotnosti druhého elektronu a přímo úměrné náboji druhého elektronu.“

Byl jsem zmatený: Napadlo mě, že to snad musel všechno *propočítat*. Teprve později mi došlo, že když někomu, jako je Wheeler, předložíte problém, dokáže tohle všechno *vidět*. Já musel dělat výpočty, ale jemu se stačilo podívat.

Pak řekl: „A bude to zpožděné – ta vlna se vrací se zpožděním – takže jste vlastně nepopsal nic jiného než odraz světla.“

„No jo, samozřejmě,“ řekl jsem.

„Počkejte ještě,“ dodal, „předpokládejme, že se to vrací předbíhavými vlnami – reakce, která se šíří obráceně v čase – pak by se to vrátilo v pravou chvíli. Vycházelo nám sice, že se ten efekt mění nepřímo úměrně kvadrátu vzdálenosti, ale co kdyby všude v prostoru byla spousta elektronů. Pak by jejich počet zase rostl s kvadrátem vzdálenosti. Možná se nám podaří, aby se to všechno zkompenzovalo.“

A opravdu se nám to podařilo. Vyšlo to moc pěkně a všechno to do sebe zapadalo. Byla to klasická teorie, která vypadala správně, i když se odlišovala od standardní Maxwellovy či Lorentzovy teorie. Neměla žádné potíže s nekonečny vyvolanými působením elektronů na sebe samé, bylo to velmi důmyslné. Měli jsme působení, která se šířila v čase dopředu a pozpátku – říkali jsme tomu „napůl předbíhavé a napůl zpožděné potenciály“.

Wheeler a já jsme si řekli, že dalším problémem, do něhož by jsme se měli pustit, je kvantová elektrodynamika; ta měla (jak jsme se domnívali) potíže právě s působením elektronu na sebe. Domnívali jsme se, že když se nejprve zbavíme těchto potíží v klasické fyzice a pak od ní přejdeme ke kvantové teorii, zbavíme se potíží i tam.

Klasická teorie nám teď vyšla v pořádku a Wheeler mi řekl: „Feynmane, měl byste o tom udělat seminář. Jste mladý a potřebujete získat zkušenosti s přednášením. Já se zatím podívám, jak bychom z toho udělali kvantovou teorii, a přednesu to na semináři později.“

Měla to být moje první pořádná přednáška a Wheeler se dohodl s Eugenem Wignerem, aby ji zařadil do plánu pravidelných seminářů.

Den nebo dva před seminářem jsem potkal Wignera na chodbě. „Feynmane,“ řekl, „myslím, že ta vaše práce s Wheelerem je moc zajímavá. Tak jsem na ten váš seminář pozval Russella.“ Takže Henry Norris Russell, slavný a vynikající astronom, přijde na můj seminář.

Wigner pokračoval. „A také si myslím, že by to mohlo zajímat profesora von Neumanna.“ John von Neumann byl široko daleko největší matematik. „A náhodou je tady na návštěvě ze Švýcarska profesor Pauli… Tak jsem ho pozval taky.“ Pauli byl velice slavný fyzik – a v té chvíli jsem už byl bledý jako stěna. Nakonec Wigner dodal: „Profesor Einstein chodí na naše semináře zřídkakdy. Ale vaše práce je tak zajímavá, že jsem ho speciálně pozval. Takže přijde také.“

To už jsem musel zezelenat, protože Wigner řekl: „Ne, ne, nebojte se. Jenom bych vás chtěl ještě upozornit, pokud profesor Russell usne – a on určitě usne – neznamená to, že seminář je špatný. Usíná na všech seminářích. Na druhé straně, bude-li profesor Pauli neustále přikyvovat, jako by souhlasil se vším, co se na semináři říká, nic to neznamená. Profesor Pauli má třesavku.“

Šel jsem za Wheelerem a vyjmenoval mu všechny ty slavné osobnosti, které přijdou na seminář, a podotkl, že jsem z toho trochu stísněný.

„Nebojte se," řekl mi, „Dobře to dopadne. Všechny dotazy zodpovím já."

Tak jsem si připravil přednášku, a když přišel osudný den, zašel jsem do učebny a udělal to, co mladí mužové, nezkušení v přednášení, často dělávají: popsal jsem tabuli příliš mnoha rovnicemi. Pochopte, mladý muž nedokáže říct: „Tamhleto se bude zřejmě měnit nepřímo úměrně a tohleto se bude měnit takhle…" Netuší, že to všichni posluchači vědí, že to prostě vidí. *On sám* to totiž nevidí, dokud to opravdu nevyjde řešením rovnic, a proto jich tolik potřebuje.

Právě když jsem s předstihem pokrýval těmi rovnicemi tabuli, vešel Einstein a řekl mile: „Dobrý den, přišel jsem se podívat na váš seminář. Ale nejdřív – kdepak je čaj?"

Řekl jsem mu to a pokračoval v psaní rovnic.

Pak přišla chvíle, kdy měla přednáška začít, a všechny ty *supermozky* jsou tady, přímo před mnou, a čekají! Bude to křest ohněm. Jasně se pamatuji, jak se mi třásli ruce, když jsem vytahoval z hnědé obálky svoje poznámky.

A pak se stal zázrak, který se potom v mém životě dál znovu a znovu a který mě vždy spasí: V okamžiku, kdy začnu myslet na fyziku a musím se soustředit na to, co vysvětluji, všechno ostatní mi z hlavy vypadne a rázem jsem vůči nervozitě zcela imunní.

Jakmile jsem jednou začal, už jsem ani nevěděl, kdo v přednáškovém sále je. Prostě jsem vysvětloval, o co se jedná, nic víc.

Pak ovšem přišel konec přednášky a na pořadu byly dotazy. První vstal Pauli, sedící vedle Einsteina, a povídá: „Myslím, že tachle teorie nemůže být dobře kvůli tomuchle, tomuchle a tomuchle." Pak se otočil k Einsteinovi. „Souhlasíte, profesore Einsteine?"

Einstein povídá: „Nééééééé" – roztomilé, německy znějící a zdvořilé „ne". Pak dodal: „Pouze se obávám, že by bylo velice obtížné vytvořit odpovídající teorii gravitační interakce." Měl na mysli obecnou teorii relativity, jejímž byl otcem. Pak pokračoval: „A jelikož dosud nemáme příliš mnoho experimentálních důkazů, nejsem si správnou gravitační teorií jistý." Einstein bral v úvahu, že všechno může být jinak, než tvrdí jeho teorie; byl velice tolerantní k odlišným názorům.

Škoda, že jsem si nezapamatoval, co tenkrát Pauli řekl. O mnoho let později jsem totiž zjistil, že naše teorie nevyhovuje při přechodu ke kvantové teorii. Je možné, že Pauli ve své velikosti rozpoznal tuto obtíž okamžitě a vysvětlil mi ji ve své otázce. Jenomže já jsem byl tak rád, že na otázky nemusím odpovídat, že jsem je ani pořádně neposlouchal. Vzpomínám si však, že když jsme spolu vystupovali po schodišti v Palmerově knihovně, Pauli se mě zeptal: „O čem bude Wheeler mluvit ve své přednášce o kvantové teorii?"

„Nevím, nic mi neřekl," odpověděl jsem. „Pracuje na tom sám."

„Neříkejte," podivil se. „Tak on pracuje na kvantové teorii, a svému asistentovi nic nepoví?" Přistoupil ke mně blíž a řekl tichým tajnůstkářským hlasem: „Wheeler o tom seminář nikdy neudělá!"

A měl pravdu, Wheeler ten seminář nikdy nekonal. Myslel si, že přechod ke kvantové teorii bude snadný; měl pocit, že už na to přišel, že už to skoro má. Jenže na to nepřišel. A když nastal čas jeho semináře, uvědomil si, že neví, jak na to, takže nemá, o čem by přednášel.

Ani já jsem ji nevyřešil – kvantovou teorii napůl předbíhavých a napůl zpožděných potenciálů – a pokoušel jsem se o to léta.

Richard P. Fyenman

Naše adresa: FKS, KTF MFF UK
V Holešovičkách 2, 180 00 Praha