

**10. ročník, úloha V. P ... šlechtic** (6 bodů; průměr ?; řešilo 37 studentů)

Veliký šéf semináře radostně přeskakuje fluktuace hmoty ve svém pokoji. Právě dopadl plnou vahou z výše  $H = 1$  m nad zemí volným pádem na hrábě. Násada je dlouhá  $l = 2,0$  m a váží  $m_2 = 1$  kg, část ocelového hrabla kolmá k násadě je dlouhá  $z = 7$  cm a váží  $m_1 = 2,5$  kg (považujte jej za homogenní).

Jakou rychlost má konec násady hrabí v okamžiku, kdy se opovážlivě dotkne nosu našeho nejvyššího? Srážku považujte za nepružnou. Šéfův nos se nachází 180 cm nad podlahou, šéfova hmotnost činí 92 kg včetně klíčů v pravé kapse.

Na začátku, těsně před osudným pádem, se náš veliký šéf nachází ve výši  $H = 1$  m nad podlahou. Následně padá, padá a padá, dokud se jeho podrážky nedotknou nejvyšší části nastraženého hrabla. K této srážce dojde poté, co uletí volným pádem vzdálenost  $H - z$ , kde  $z$  je výška kovového hrabla. Páně šéfova rychlost v tomto okamžiku tedy bude ze zákona zachování energie,

$$v = \sqrt{2g(H - z)}.$$

Předpokládejme, že náš šéf má dokonale pevnou obuv značky \*\*\*\*. (Navíc má šéf hroší kůži.) Srážka obuv–hrábě bude nepružná. Pokud bychom totiž předpokládali srážku pružnou, šéf by se od hrabla odrazil.

Tedy šéf dopadne na hrábě a zastaví se v rovnovážné poloze. Všechna jeho kinetická energie se absorbuje v jeho podrážkách. Tato rovnovážná poloha však není jen tak ledažaká, ona je labilní a tak působením malinké fluktuace se šéf z ní vychýlí a uvede hrábě v pohyb otáčivý.

Pro další pohyb soustavy šéf–hrábě platí zákon zachování energie (při zanedbání takových přízemních jevů, jako je kupříkladu odpor prostředí). Předpokládejme zde, že hrábě po podlaze neprokluzují. Celková energie soustavy  $E_1$  těsně po dopadu šéfa na hrablo jest rovna celkové energii  $E_2$  soustavy v okamžiku, kdy je násada svislá. Zjevně  $E_1$  je rovna jen potenciální energii, jelikož šéf je v klidu

$$E_1 = Mgz + m_1g\frac{z}{2},$$

Necheť  $v'' = z\omega''$ ,  $\omega''$  je úhlová rychlost hrabí,  $J$  je moment setrvačnosti hrabí  $J = \frac{1}{3}m_1z^2 + \frac{1}{3}m_2l^2$ , přičemž  $m_1z^2 \ll m_2l^2$ , tedy můžeme přibližně psát  $J \approx \frac{1}{3}m_2l^2$ . Pak

$$E_2 = \frac{1}{2}Mv''^2 + \frac{1}{2}J\omega''^2 + m_2g\frac{l}{2},$$

Tedy

$$Mgz + m_1g\frac{z}{2} = \frac{1}{2}M\omega''^2z^2 + \frac{1}{2}J\omega''^2 + m_2g\frac{l}{2}.$$

Dostáváme úhlovou rychlost hrabí v okamžiku, kdy je násada kolmá na vodorovnou rovinu

$$\omega'' = \sqrt{\frac{2Mgz + m_1gz - m_2gl}{Mz^2 + J}}.$$

V zadání jsme hovořili o úderu konce násady do nosu – oním koncem násady jsme mínili část násady, která odpovídá výšinám Jeho vzácného frňáku. Udeří-li násada v tuto chvíli do nosu našeho nejvyššího, pak tak učiní rychlostí  $w = \{\omega''\} \cdot 1,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

*Martin Krsek & Matouš Jiráček*

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.