

12. ročník, úloha II. 3 ... vodní lyže (3 body; průměr ?; řešilo 69 studentů)

Vaším úkolem je přijít na to, jak fungují vodní lyže. Proč lyžař neklesne ke dnu? Proč je jeho pozice poměrně stabilní?

Uvažujme nejprve jaké síly na lyžaře působí. Určitě je tažen lanem za lodí a působí na něj tíha. Jelikož se pohybuje ve vodě, bude na něj určitě působit vztlaková síla. Dále bychom asi měli uvažovat také odpor vzduchu a vody.

Vztlakovou sílu můžeme přibližně odhadnout z počátečních podmínek. (Při bedlivém sledování „Neváhej a toč“, či „Pobřežní hlídky“ jsem zjistil, že lyžaři v záchranných vestách se potopí přibližně do 2/3 hrudníku. Jelikož jedoucí lyžař vyčuhuje z vody celý až na zbytek lyží, troufám si tvrdit, že vztlaková síla jeho udržení na hladině moc neovlivní.

Takže nám zůstaly tyto síly: tíhová, tahová, odpor vzduchu a vody. Odporová síla vzduchu pravděpodobně bude působit pouze horizontálně, kde může lyžaře brzdit a vychylovat ze směru (to vychýlení asi nebude velké, ledaže by foukal větríček, což zanedbáme), její velikost odvodíme z Newtonova vzorce

$$F = \frac{1}{2} C S \rho_v v^2, \quad (1)$$

kde S je kolmý průmět plochy lyžaře do směru rychlosti, ρ je hustota vzduchu, v jeho rychlost vůči lyžaři a C součinitel odporu.

Tahovou sílu lodí uvažujeme rovnoběžnou s hladinou a tíhová síla je přirozeně vertikální.

Zbývá nám tedy určit odporovou sílu vody. Síla vzniká jako reakce lyží a vody. Zřejmě je způsobena molekulami vody, které při nárazu do lyží mění svoji hybnost. Zvolme si (trochu nerealisticky), že hybnost všech molekul je stejná. Dle obr. 1 můžeme hybnost rozložit na 2 složky. Normálová složka zřejmě nebude pohybem lyže ovlivněna, ale tečná ano (a naopak). Odporová síla vody má tedy směr kolmice k lyžím (z výše uvedených úvah pro ni dostaneme vzorec podobný Newtonovu).

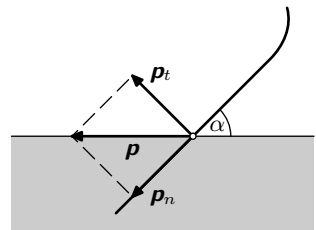
Lyžař se udržuje na hladině, ale zároveň se po ní může pohybovat volně, takže jeho zrychlení v horizontálním směru může být libovolné. Podmínkou pro udržení na hladině je nulové zrychlení ve vertikálním směru. Jelikož v tomto směru působí pouze tíhová síla a vertikální průmět odporové síly vody, dostaneme rovnost

$$\frac{1}{2} C' S \rho_v v^2 \cos \alpha = mg. \quad (2)$$

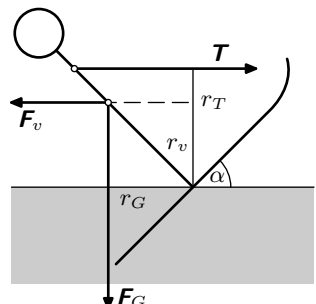
Tím jsme určili podmínku pro potopení lyžaře, zbývá nám ošetřit, zda se do vody jednoduše nepřevrátí, čili potřebujeme, aby jeho moment sil byl nulový.

Nejprve určíme osu rotace. Většina ji zvolila do středu lyže, kde je upnuto vázání lyžaře. Nyní určíme působíště jednotlivých sil. U tíhové a tahové síly to není žádný problém. Horší je to s oběma odporovými silami. Pokud však aproximujeme člověka do obdélníkového průřezu a počítáme s rovnoměrným rozložením na tuto plochu, aproximujeme působíště výslednice odporové síly vzduchu také někde k těžišti. Obdobně aproximujeme odporovou sílu vody někam do osy rotace. Tato síla tedy působí v ose rotace a nemá vliv na výsledný moment sil. Z obrázku 2 odvodíme

$$mgr_G + \frac{1}{2} C S \rho_v v^2 r_v = T r_T. \quad (3)$$



Obr. 1



Obr. 2

Dostali jsme tedy dvě podmínky rovnováhy — (2) a (3).

Nyní se podívejme, jak je na tom lyžař se stabilitou. Ve vertikálním směru zřejmě závisí na úhlu α , rychlosti vůči vodě a průřezu ponořené části lyží a úhel α je určitě závislý na momentu sil. Pokud se lyžař ponoří více pod hladinu, zvětší se odporová síla vody a lyžař se tedy vydá opět k hladině. Pokud lyžař zrychlí, stoupne výše nad hladinu, a pokud zpomalí, klesne hlouběji pod hladinu. Tady jeho poloha ve smyslu vertikály stabilní není. Zrychlovat či zpomalovat může lyžař pouze díky člunu, nebo díky proudění vody. Pokud se změní tahová síla člunu, dojde ke změně momentu sil i horizontálního zrychlení. Tím se ovlivní rychlost vůči vodě i vzduchu i úhel α . Odporová síla vzduchu a horizontální složka odporové síly vody působí vždy proti zrychlování pohybu, ale souhlasně s jeho zpomalováním. Tady tedy stabilitu nenalezneme. Čili rychlost obecně není stabilní, pokud se změní síly. Stabilitu rychlosti musí ovlivňovat člun. Pokud se ale lyžař nakloní ve směru úhlu α , evidentně neexistuje síla, která by ho vracela zpět do původní pozice. Lyžař by se tedy měl při sebemenší výchylce převrátit. Pomohlo by, kdybychom uvažovali, že odporová síla vody nepůsobí v ose rotace, ale v závislosti na α . Podle mého názoru ale její rameno bude velmi malé, takže její moment bude malý, a proto nestačí kompenzovat větší výchylky jako jsou vlny. Zde podle mě hraje roli sám lyžař, který musí aktivně měnit ramena sil svým nakláněním a předřepáváním. Takže o rotační stabilitu se musí postarat hlavně sám lyžař. Problém stability orientace a směru v horizontální poloze si už můžete promyslet sami.

Libor Dener