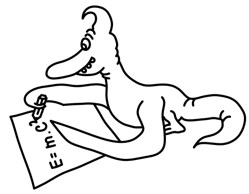
Drazí řešitelé Fykosu,

konec školního roku je za dveřmi, a tak dostáváte řešení posledních dvou sérií a konečnou výsledkovou listinu. Přejeme vám hezké prázdniny a s čerstvými maturanty se budeme těšit na shledání v září na MFF.

Jiří Franta & Jan Prokleška



Řešení V. série

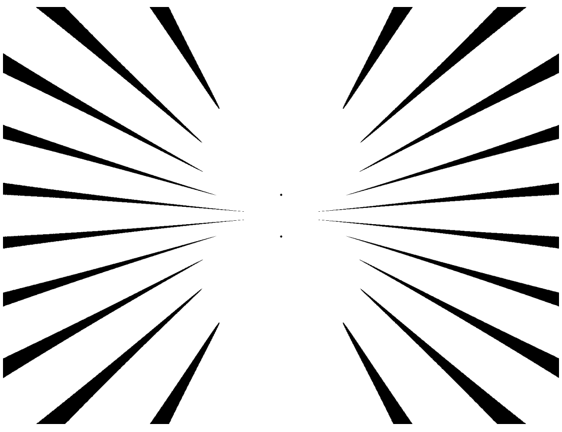
Úloha V . 1 ... *porucha sluchu* *(3 body; průměr ?; řešilo 55 studentů)*

Jeden z organizátorů Fykosu si sehnal dva stejné reproduktory, které umístil na louku 4 m od sebe. Zapojil je na jeden magnetofon, ze kterého do nich pustil tón komorní A. Začal se procházet a co se nestalo: V některých místech louky neslyšel skoro nic. Vaším úkolem je nakreslit ve vhodném měřítku obrázek, ve kterém vyznačíte místa, kde organizátor skoro nic neslyšel. Jev vysvětlete.

Předpokládejme, že reproduktory mají kulovou směrovou charakteristiku a chovají se jako bodové zdroje. V bodech, jejichž rozdíl vzdáleností od jednotlivých reproduktorů bude lichý násobek poloviny vlnové délky bude docházet k destruktivní interferenci, tj. signály se potkají v protifázi.

$$\Delta d = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \,.$$

Množina bodů v rovině (předpokládáme dále, že hlava pozorovatele je ve stejné výšce, jako reproduktory), pro něž je rozdíl vzdálenosti od dvou bodů konstanta, se nazývá hyperbola. V jejích ohniscích budou reproduktory, hlavní poloosa bude polovinou rozdílu vzdáleností.



Obr. 1

Kdyby byly amplitudy signálů stejné, bylo by v těchto místech naprosté ticho. Reproduktory ale vysílají kulové vlny, jejichž amplituda ubývá jako $1/r$. Proto pro zobrazení množiny bodů, ve kterých nebude nic slyšet použijeme počítač.

Simulace předpokládá dva kulové zdroje s charakteristickou citlivostí 40 dB a příkonem 1 W (tj. ve vzdálenosti 1 m od zdroje by byla hladina intenzity 40 dB). Sluchový práh pro frekvenci 440 Hz je asi 8 dB. Černá barva zobrazuje místa pod sluchovým prahem (není nic slyšet), bílá opak.

Slavomír Nemšák

Úloha V . 2 ... *supertermoska* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 33 studentů)*

Princip termosky je následující. Máme dvě souosé válcové stěny, které se vzájemně nedotýkají, mezi nimi je vyčerpán vzduch. Energie se zde může přenášet pouze zářením. Pro naše účely budeme stěny termosky považovat za absolutně černá tělesa (ve skutečnosti tomu tak nebývá). Teplotu vnitřní stěny označíme T_1, teplotu vnější T_2. Tyto teploty budeme dále považovat za konstantní. Odtok tepla (za jednotku času) v tomto jednoduchém případě nechť je Q_0. Vlastnosti termosky však můžeme vylepšit, vložíme-li mezi stěny ještě jednu dokonale vodivou *(absolutně černou) válcovou desku. Určete, jak se změní odtok tepla po ustálení teploty vložené desky. Ve vylepšování můžeme pokračovat. Spočtěte, jak se odtok tepla změní, vložíme-li n vzájemně se nedotýkajících válcových desek. (Vzdálenosti krajních desek jsou malé oproti rozměrům termosky, velikosti jejich povrchů můžeme tedy považovat za stejné.)*

Jelikož mezi jednotlivými deskami v termosce je vakuum (podle předpokladů v zadání, ve skutečnosti toto samozřejmě přesně splněno není) nemůže se mezi nimi teplo šířit vedením, nýbrž jen zářením. Dokonale černé těleso (jímž podle předpokladů desky jsou) pohlcuje všechno na něj dopadající záření a podle Stefanova-Boltzmanova zákona září s intenzitou (energie za jednotku času z jednotkové plochy) závisející pouze na jeho termodynamické teplotě, a to tak, že je úměrná její čtvrté mocnině, tedy $I = \sigma T^4$.

V nevylepšené termosce je odtok tepla Q_0 za jednotku času z jednotkové plochy roven rozdílu intenzity, kterou vyzařuje teplejší vnitřní deska ven, a intenzity, kterou vyzařuje chladnější vnější deska dovnitř, tedy

$$Q_0 = \sigma(T_1^4 - T_2^4)\,.$$

Vložíme-li mezi stěny termosky n tenkých velmi dobře vodivých desek, jejich teploty se ustálí tak, aby každá vnitřní deska vyzářila přesně tolik energie, kolik přijme od svých sousedů, respektive tak, aby se tok tepla mezi libovolnými sousedními deskami rovnal celkovému odtoku tepla Q_n.

Označme q_i $(i = 0, 1, \ldots, n+1)$ teplo, které na jednu stranu vyzáří i-tá deska za jednotku času z jednotkové plochy, přičemž index 0 $(n+1)$ zastupuje vnitřní (vnější) stěnu. Pak se výše uvedená podmínka pro rovnováhu dá vyjádřit systémem $n+1$ rovnic $Q_n = q_i - q_{i+1}$, kde $i = 0, 1, \ldots, n$. Sečteme-li tyto rovnice, dostaneme $(n+1)Q_n = q_0 - q_{n+1} = Q_0$, odtok tepla při vložení n desek se tedy oproti případu bez desek sníží $n+1$ krát

$$Q_n = \frac{Q_0}{n+1}\,.$$

Při vložení jedné desky budou ztráty poloviční.

Na závěr si povšimněme, že pro účely naší úlohy jsme na desky nemuseli klást tak silné předpoklady. Za prvé to nemusela být dokonale černá tělesa, stačilo, aby intenzita vyzařování byla závislá jen na teplotě a aby odrazivost materiálu na teplotě nezávisela a propustnost byla nulová, což běžné materiály většinou dost přesně splňují. Za druhé nemusely mít všechny desky stejný povrch, stačilo, aby každá z nich byla tenká a dobře vodivá, abychom mohli počítat s tím, že na každou stranu září stejně.

Lenka Zdeborová

Úloha V . 3 ... kyvadlo *(4 body; průměr ?; řešilo 34 studentů)*

Mějme rotační těleso o hmotnosti m. Na jeho ose zvolme body A a B vzdálené d. Zavěsíme-li těleso v bodě A, kývá se se stejnou periodou, jako když jej zavěsíme v bodě B. Moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm a kolmé na osu rotační symetrie je J. Určete všechny možné polohy těžiště tělesa vzhledem k bodům A a B.

Pro periodu kmitání fyzického kyvadla platí vztah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_\text{o}}{mgl}}\,,$$

kde J_o je moment setrvačnosti našeho kmitajícího tělesa vůči ose, vůči které kmitá, l je vzdálenost osy od těžiště. Moment setrvačnosti tělesa vůči ose kmitání v bodě A (resp. B) si vyjádříme pomocí Steinerovy věty

$$J_A = J + ml_A^2 \,.$$

Podmínku rovnosti časů si napišme jako

$$2\pi\sqrt{\frac{J + ml_A^2}{mgl_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{J + ml_B^2}{mgl_B}} \,.$$

Úpravou dostaneme

$$\frac{J}{ml_A} + l_A = \frac{J}{ml_A} + l_B \,,$$

$$(l_A - l_B) + \frac{J}{m}\left(\frac{1}{l_A} - \frac{1}{l_B}\right) = 0 \,,$$

$$(l_A - l_B)\left(l_A l_B - \frac{J}{m}\right) = 0 \,.$$

Je vidět, že první možnost je, když těžiště je uprostřed mezi body A a B ($l_A - l_B = 0$). Vezmeme-li v úvahu vztah $d = l_A + l_B$, pak řešíme v druhém případě kvadratickou rovnici

$$x^2 - dx + \frac{J}{m} = 0 \,,$$

její kořeny jsou

$$l_{1,2} = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \frac{J}{m}} \,,$$

platí-li $J < md^2/4$. To jsou další dvě možnosti. Když těžiště neleží mezi body A a B, pak řešíme rovnici $x^2 - dx - J/m = 0$. Řešením jsou analogicky vzdálenosti

$$l_{1,2} = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{J}{m}} \,.$$

Tyto body nejsou omezeny podmínkou, jen si musíme uvědomit, že v případě, kdy je těžiště nad oběma body, pak těleso kolem této polohy kmitat nebude, poněvadž jde o labilní polohu.

Úloha V . 4 ... *letící tyč* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 40 studentů)*

Mějme v rovině dvě na sebe kolmé přímky a a b. V přímce a letí tyč délky $l = 5 \cdot 10^7$ m *rychlostí* $v = 6 \cdot 10^6$ ms^{-1} *(tyč je s přímkou rovnoběžná a její střed na ní neustále leží). Vaším úkolem je určit, jaký bude průběh „viděné“ (viz dále) délky tyče v závislosti na její vzdálenosti od průsečíku přímek. Tyč pozorujeme z přímky b v takové vzdálenosti od průsečíku, která je zanedbatelná vůči vzdálenosti tyče od průsečíku.*

Skutečnou délku tyče nevidíme, protože světlo z obou konců nevyletělo současně. Takže to, co vidíme jsou sice konce tyče, ale v různých časech. A právě rozdíl těchto časů udává rozdíl viděných délek. Nejdříve neuvažujme délkovou kontrakci a uvažujme l jako délku, kterou bychom viděli, kdyby světlo s obou konců vyletělo současně.

Nejprve vyřešíme případ, že tyčka letí na nás. Označme vzdálenější konec A a x_A vzdálenost ve které ho vidíme, analogicky bližší B, a x_B. Potom platí vztahy $x_A = ct_A$, $x_B = ct_B$, kde t_A, t_B jsou časy, za které k nám doletí signál. Víme, že signál z bodu B vystartoval o $\Delta t = t_A - t_B$ později, takže ještě stačil urazit dráhu $v \cdot \Delta t$.

$$ct_A = ct_B + l + v\Delta t\,.$$

Po úpravě dostaneme

$$c\Delta t = \frac{cl}{c-v} = 5{,}1 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Odtud $l' = x_A - x_B = c(t_A - t_B) = c\Delta t$.

Analogicky bychom odvodili i vzdalující se tyč, jenom místo v bychom dosadili $-v$, takže výsledek bude

$$l' = \frac{cl}{c+v} = 4{,}9 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Ještě může nastat případ, že tyč letí kolem nás, tj. jeden konec je od nás napravo a druhý nalevo. Nechť je střed tyče ve vzdálenosti $s \in (-l/2, l/2)$. Představme si, že máme dvě tyčky, které jsou rozřízlé tak, že jedna je napravo a druhá nalevo a jedna letí k nám a druhá od nás. Viděná délka tyče potom bude

$$l' = \frac{c(l - s/2)}{c-v} + \frac{c(l + s/2)}{c+v} = \frac{c^2 l - 2cvs}{c^2 - v^2}$$

Dají se uvažovat i relativistické efekty, ale ty jsou o dva řády nižší, takže je můžeme v podstatě zanedbat. Spočítají se tak, že místo l dosadíme

$$l = \frac{1}{\sqrt{1 + (v/c)^2}}\, l_0 = 4{,}999 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Miroslav Kladiva

Úloha V . P ... *zamrzání rybníku* *(4 body; průměr ?; řešilo 44 studentů)*

Odhadněte, za jak dlouho naroste led na rybníce z deseti centimetrů na dvacet. Teplota vzduchu je stále pět stupňů pod bodem mrazu. Potřebné konstanty naleznete v tabulkách.

Předpokládejme, že jediný způsob, jak se může odvádět teplo vzniknuté tuhnutím vody je vedením. Teplo bude procházet směrem k povrchu, ale i směrem dolů ke dnu rybníka. Pro tento přenos platí

$$\mathrm{d}Q_1 = \mathrm{d}Q_\uparrow + \mathrm{d}Q_\downarrow = S\,\mathrm{d}t\,\frac{\lambda_\mathrm{led}}{h_\mathrm{led}}(T_1 - T_2) + S\,\mathrm{d}t\,\frac{\lambda_\mathrm{voda}}{h_\mathrm{voda}}(T_3 - T_1)\,, \tag{1}$$

kde λ_voda, λ_led jsou koeficienty tepelné vodivosti vody a ledu, S je plocha přes kterou přestupuje teplo $\mathrm{d}Q_1$ za čas $\mathrm{d}t$, d_led a d_voda jsou tloušťky ledu a vody. T_1 , T_2, T_3 jsou v pořadí teploty rozhraní vody a ledu, povrchu ledu a dna rybníka.

Zřejmě bude hloubka rybníka o mnoho větší než tloušťka ledu, zanedbejme proto člen týkající se vody ve vztahu (1). To můžeme udělat i proto, že $\lambda_\mathrm{voda} = 0{,}6\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ a λ_led je větší, $\lambda_\mathrm{led} = 2{,}2\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$. Jestliže by byl λ_voda o mnoho větší než λ_led, nemohli bychom to dovolit, protože by nebylo jasné, jaký díl tepla se odvádí ledem a jaký díl je odváděn skrze vodu do země. Tady je třeba připomenout, že ve skutečnosti nebude teplo odváděno do země, ale bude z ní přitékat. V případě, že by se tento jev stal dominantní, tak by se problém o mnoho hůře řešil. Předpokládejme tedy jednodušší variantu, že hloubka rybníka je o mnoho větší než 20 cm.

Teplo, které takto odvádíme, nám musí nějakým způsobem vzniknout. Vzniká tuhnutím vody na rozhraní voda-led. Přitom se uvolňuje teplo

$$\mathrm{d}Q_2 = l_t\,\mathrm{d}m_{\mathrm{voda}} = l_t\,\mathrm{d}m_{\mathrm{led}} = l_t\varrho_{\mathrm{led}}\,\mathrm{d}V_{\mathrm{led}} = l_t\varrho_{\mathrm{led}}S\,\mathrm{d}h\,.$$

Mnoho z vás do tohoto vzorečku vkládalo ϱ_{voda}, což je špatně. Teplo se nám na rozhraní nemá jak kumulovat, bude tedy $\mathrm{d}Q_1 = \mathrm{d}Q_2$. Odtud dostáváme

$$h\cdot\mathrm{d}h = \frac{\lambda_{\mathrm{led}}\Delta T}{\varrho_{\mathrm{led}}l_t}\,\mathrm{d}t\,,$$

kde $\Delta T = T_1 - T_2$. Toto je jednoduchá diferenciální rovnice, stačí obě strany rovnice zintegrovat

$$\int\limits_{d_2}^{d_1} h\,\mathrm{d}h = \int\limits_0^t \frac{\lambda_{\mathrm{led}}\Delta T}{\varrho_{\mathrm{led}}l_t}\,\mathrm{d}t\,,$$

$$\frac{(d_1^2 - d_2^2)}{2} = \frac{\lambda_{\mathrm{led}}\Delta T}{\varrho_{\mathrm{led}}l_t}\,t \quad\Rightarrow\quad t = \frac{\varrho_{\mathrm{led}}l_t}{\lambda_{\mathrm{led}}\Delta T}\cdot\frac{d_1^2 - d_2^2}{2}\,.$$

Po dosazení dostáváme něco pod 5 dnů. To „něco“ má svůj význam, nemá smysl psát řešení na 5 i víc platných cifer (strhávali jsme za to body!), protože např. přesnost určení povrchové teploty nebude určitě větší než půl stupně, a tato teplota bude do určité míry kolísat. Jako řádový odhad se dá tento výsledek určitě použít.

Co všechno jsme zanedbali? Tedy ve vztahu (1) např. změnu potenciální energie, kterou získá led při tuhnutí, skutečnost, že vrstva ledu tlačí na hladinu a jak je známo, tlak zvyšuje teplotu tání, neuvažovali jsme blízkost břehů… Toto všechno lze s klidným svědomím zanedbat.

Určitě vás napadne ještě spousta věcí, ale asi žádná nebude mít podstatný vliv na výsledek.

Pavol Habuda

Úloha V . E … *modul pružnosti vlasu* *(8 bodů; průměr ?; řešilo 27 studentů)*

Změřte periodu torzních kmitů lidského vlasu. Z ní pak určete modul pružnosti vlasu ve smyku. Napovíme vám, že pro kroutící moment síly M působící na válec délky l a poloměru r, který je vyroben z materiálu o modulu pružnosti ve smyku G, platí vztah $M = \pi r^4 G\varphi/2l$, kde φ je úhel stočení spodní podstavy vůči horní podstavě (zkuste si jej odvodit). Pokud nedisponujete dostatečně dlouhými vlasy, požádejte nějakou dlouhovlasou osobu o darování několika exemplářů a směle se pusťte do měření.

Dílčí části této úlohy bylo možné řešit několika způsoby, postup řešení úlohy jako celku byl však u všech řešitelů přibližně stejný. Základem bylo odvození vztahu pro výpočet modulu pružnosti vlasu ve smyku a naměření potřebných veličin.

Vlas budeme považovat za těleso válcového tvaru délky l a poloměru r. Rozdělíme si jej na tenké válcové slupky. Poloměr jedné takové slupky bude x, kde $0 < x \le r$. Budu-li na tuto slupku působit tečnou silou F, vyvolám tečné napětí o velikosti $\tau = F/S$, kde S je podstava slupky a ze vztahu pro obsah kruhu snadno odvodíme, že $S = 2\pi x\,\mathrm{d}x$. Z Hookova zákona platí pro τ také vztah $\tau = Gx\varphi/l$, kde φ je úhel natočení horní podstavy vůči dolní a výraz $x\varphi$ tedy udává vzájemné posunutí těchto podstav.

Pro kroutící moment válcové slupky vůči ose válce $\mathrm{d}M$ platí $\mathrm{d}M = \mathrm{d}Fx = 2\pi G\varphi x^3\,\mathrm{d}x/l$. Pro celý válec potom dostáváme

$$M = \int_0^r \mathrm{d}M = \int_0^r \frac{2\pi G\varphi x^3\,\mathrm{d}x}{l} = \frac{\pi r^4 G\varphi}{2l}\,,$$

což jsme měli ověřit.

Tento moment uděluje závažíčku na konci vlasu zrychlení ε a podle 2. věty impulsové $J\varepsilon = M = -\pi r^4 G\varphi/2l$. Záporné znaménko je dáno působením momentu proti výchylce z rovnovážné polohy. Dosazením do předchozího vztahu dostáváme diferenciální rovnici

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\pi r^4 G}{2lJ}\varphi = 0\,.$$

Jedná se o rovnici harmonických kmitů s úhlovou frekvencí $\omega = \sqrt{\pi r^4 G/2lJ}$. Dosazením $\omega = 2\pi/T$ získáme vztah pro výpočet modulu pružnosti ve smyku

$$G = \frac{8\pi lJ}{T^2 r^4}.$$

Z tohoto vztahu vycházela většina řešitelů. Moment setrvačnosti vypočteme podle vztahu odpovídajícího konkrétnímu tvaru použitého závaží. Délku vlasu l a periodu kmitů T měříme klasicky. Měření tloušťky vlasu se vyskytlo jako samostatná úloha v jednom z předchozích ročníků našeho semináře. Ve vzorovém řešení je popsáno několik postupů, které zde nebudeme opakovat. Jedná se například o metodu přímého měření, kapkovou metodu, namotávání na špejli, nebo difrakci v laserovém svazku. Většina z vás využila některé z těchto možností i nyní.

Při měření jsme použili válcové závaží o známé hmotnosti, k němuž jsme izolepou upevnili vlas tak, aby osa otáčení procházela osou válce. Pro moment setrvačnosti závaží v tomto případě platí $J = mr_z^2/2$, kde hmotnost závaží $m = 10\,\mathrm{g}$. Z několika měření posuvným měřidlem jsme určili poloměr závaží $r_z = (5{,}0 \pm 0{,}1)\,\mathrm{mm}$. U hmotnosti závaží neuvažujeme žádnou chybu a zanedbáváme také hmotnost izolepy.

Tloušťku vlasu jsme určili pomocí mikroskopu s kalibrovanou mikrometrickou stupnicí. Provedli jsme několik měření průměru v různých částech vlasu, z nichž jsme obdrželi poloměr $r = (43 \pm 7)\,\mu\mathrm{m}$. Při tomto měření jsme neuvažovali deformaci vlasu při jeho zatížení.

Periodu kmitů jsme stanovili při dvou různých délkách vlasu $l_1 = (9{,}6 \pm 0{,}1)\,\mathrm{cm}$ a $l_2 = (29{,}9 \pm 0{,}1)\,\mathrm{cm}$, změřených pomocí pásového měřidla. Stopkami určíme trojnásobek periody, získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce. Z nich jsme spočetli $T_1 = (9{,}86 \pm 0{,}27)\,\mathrm{s}$, $T_2 = (17{,}7 \pm 0{,}4)\,\mathrm{s}$.

1. měření: 3 T_1[s]	30,2	28,7	29,5	30,4	29,6	29,0
2. měření: 3 T_2[s]	52,7	51,3	54,2	53,8	54,0	52,9

Chyby s veličin měřených vícekrát spočteme jako $s = \sqrt{3s_{\mathrm{sm}}^2 + s_{\mathrm{sys}}^2}$, kde s_{sm} je směrodatná odchylka a s_{sys} je systematická chyba, kterou odhadneme. Chybu měření délky vlasu jsme odhadli z přesnosti odčítání na stupnici měřidla. Celkovou chybu G potom dostaneme jako

$$\delta G = \sqrt{(2\delta T)^2 + (4\delta r)^2 + (\delta l)^2 + (2\delta r_z)^2}\,,$$

kde δx označuje relativní chybu veličiny x.

Ze dvou výše uvedených měření dostaneme dvě hodnoty G, jejichž průměr je $G = (8{,}9 \pm 4{,}7) \cdot 10^8$ Pa. Chyba je dána především chybou měření poloměru vlasu. Získaný výsledek není možné srovnat s tabulkovou hodnotou, ale ve svých řešeních jste se převážně dopracovali k hodnotám řádu (10^8–10^{10}) Pa.

Libor Sedláček

Úloha V . S ... *JFET tranzistor* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 17 studentů)*

Uvažujte tranzistor JFET vyrobený z polovodiče typu N ve tvaru kvádru o hranách a, b, c. Na dvou protilehlých stěnách jsou vývody S a D, na jiných dvou protilehlých je z polovodiče typu P vývod G (obě stěny jsou vodivě propojeny na jeden vývod). Předpokládejme, že šířka přechodu je dána vztahem $d = d_0 + \lambda U'$, kde U' je závěrné napětí. Předpokládejme navíc, že proud může procházet pouze oblastí polovodiče N mimo přechod. Proud tekoucí polovodičem se stanoví ze vztahu $I = S/l \cdot \sigma U$, kde U je napětí mezi svorkami na polovodiči s vodivostí σ, jejichž vzdálenost je l a proud prochází kolmo plochou S. Z tohoto jednoduchého modelu se pokuste stanovit závislost proudu tranzistorem na napětí mezi svorkami S a D, jako parametr uvažujte napětí na svorce G. Úlohu si ještě můžete zpestřit porovnáním výsledku s charakteristikou válcového tranzistoru JFET, kde je polovodič P po celém plášti válce.

Rozměry kvádru nechť jsou $a \times b \times c$. Na stěnách o rozměrech $a \times b$ jsou kontakty S a D, na stěnách o rozměrech $a \times c$ jsou kontakty G. Mezi kontakty S $(-)$ a D $(+)$ je elektrické napětí U. Mezi S a G je v závěrném směru napětí U_Z, které vytváří přechod o šířce úměrné závěrnému napětí. Je zřejmé, že právě u vývodu S se vytvoří nejširší přechod, proto budeme počítat, že právě tato šířka přechodu limituje proud procházející tranzistorem. Dosadíme do vztahu pro proud polovodičem

$$I = \frac{S}{l}\,\sigma U$$

za $S = b - 2d = b - 2(d_0 + \lambda U_Z)$ a $l = c$. Potom dostaneme vztah

$$I = \frac{b - 2(d_0 + \lambda U_Z)}{c}\,\sigma U\,.$$

Vidíme, že proud závisí lineárně na napětí na svorkách. To je dost odlišné od charakteristik ze seriálu, nicméně jako přibližné řešení to bohatě stačí.

Pro zcela přesné řešení je třeba použít integrace, následující řešení je určeno těm, kteří umí používat integrály (někteří takoví seriál řešili). Nejdříve upravíme vztah pro proud polovodičem

$$I = \frac{S}{\mathrm{d}l}\,\sigma\,\mathrm{d}U$$

a pro odpor platí

$$\mathrm{d}R = \frac{\mathrm{d}U}{I} = \frac{\mathrm{d}l}{\sigma S}\,.$$

Samozřejmě závěrné napětí není stejné po celé délce tranzistoru, proto musíme psát

$$S(x) = a\,[b - 2d(x)] = ab - 2ad_0 - 2a\lambda U_Z + 2a\,\lambda \frac{l}{c}\,U$$

a nyní snadno dosadíme do integrálu pro odpor tranzistoru

$$R = \int_0^c \mathrm{d}R$$

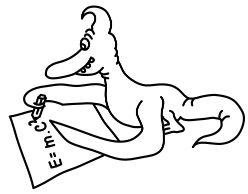
za dR ze vztahu výše. Po provedení integrace a vyjádření $I = U/Y$ obdržíme

$$I = a\sigma U \left[\ln \frac{b - 2d_0 - 2\lambda U_Z + 2\lambda U}{b - 2d_0 - 2\lambda U_Z}\right]^{-1} .$$

Taková charakteristika je skutečně podobná reálné charakteristice JFET tranzistoru.

Trochu odlišné výsledky dostaneme při uvážení tranzistoru jakoválečku. Ve výpočtu je odlišnost v tom, že neplatí $S = a(b - 2d)$, ale $S = \pi(r - d)^2$, pokud poloměr válečku je právěr r.

Tomáš Ostatnický



Řešení VI. série

Úloha VI . 1 ... brouček *(4 body; průměr ?; řešilo 28 studentů)*

Brouček o hmotnosti m stojí na obruči o hmotnosti M a poloměru r, tato obruč leží na absolutně hladkém vodorovném stole. Náhle se brouček něčeho lekne a dá se do běhu. Poběží po obruči. Vaším úkolem je popsat trajektorii středu obruče (za předpokladu nulového tření mezi obručí a stolem).

Vyjdeme z 1. Newtonova zákona, který říká, že soustava, na kterou nepůsobí žádné vnější síly, setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu. Naše soustava byla na začátku v klidu, proto těžiště musí v klidu zůstat i po tom, co se brouček rozběhne. Když si umístíme počátek souřadné soustavy do těžiště, platí

$$m\boldsymbol{r}_1 + M\boldsymbol{r}_2 = 0 , \tag{2}$$

kde m je hmotnost broučka, M je hmotnost kruhu, $\boldsymbol{r}_1$ je poloha broučka a $\boldsymbol{r}_2$ je poloha středu kruhu. Dále víme, že vzdálenost broučka od středu kruhu je $r = |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1|$. Dosadíme z (2)

$$r = \left|\boldsymbol{r}_2 + \frac{M}{m}\boldsymbol{r}_2\right| = \frac{M+m}{m} r_2 .$$

Vidíme tedy, že vzdálenost středu kruhu od těžiště je konstantní, tedy střed obruče bude opisovat nějakou část kruhu. Jakou, to zjistíme, když si napíšeme zákon zachovaní momentu hybnosti (ZZMH) a hybnosti (ZZH).

$$I\omega + mr_1v_1 + Mr_2v_2 = 0 , \tag{3}$$

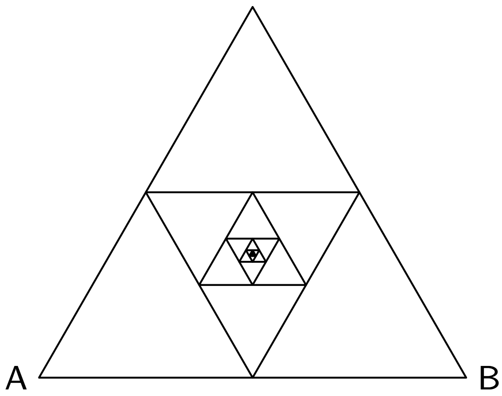
$$m\boldsymbol{v}_1 + M\boldsymbol{v}_2 = 0 . \tag{4}$$

Z (4) vidíme, že $v_1 \sim v_2$. Z toho a z (3) vidíme, že $\omega \sim v_1$, tedy ω bude konstantní. Takže kroužek bude obíhat s konstantní úhlovou rychlostí. Ještě je otázka, zda tato rychlost nebude nulová. To ověříme velice jednoduše ze ZZMH. Kdyby byla nulová, to znamená, že by střed kroužku stál, což ze ZZH znamená, že rychlost broučka vůči stolu by byla nulová, a točil by se jedině kroužek, to je však z rozporu z ZZMH. Výsledek je, že se střed obruče pohybuje po kružnici.

Miroslav Kladiva

Úloha VI . 2 ... *odporová síť* *(3 body; průměr ?; řešilo 32 studentů)*

Mějme drát, jehož jednotka délky má odpor R. Z rovnostranných trojúhelníků z něj vyrobených postavíme nekonečnou síť naznačenou na obr. 2 (nejdelší strana má jednotkovou délku). Jaký odpor bude mezi vrcholy největšího trojúhelníku?



Obr. 2

Pro co největší zjednodušení využijeme symetrie. Podíváme-li se na uzel nacházející se mezi body A a B, zjistíme, že proud, který do něj vteče jednou větví, celý vyteče větví k této větvi symetrické. Můžeme tedy tento uzel rozpojit na dva. Tím získáme zapojení, ve kterém se nachází obvod, který je podobný počátečnímu zapojení, jen je dvakrát menší. Protože bude mít stejnou vodivost, bude jeho odpor R_z poloviční než odpor celého zapojení.

Odpor celého zapojení již spočteme jednoduše pomocí pravidel pro sčítání odporů. Pro celkový odpor bude platit

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R + RR_z/(R + R_z)} = \frac{2R + 3R_z}{R^2 + 2RR_z}\,.$$

Dosadíme-li nyní ze vztahu $2R_z = R_{AB}$ dostaneme rovnici

$$3R_{AB}^2 + 2RR_{AB} - 2R^2 = 0\,.$$

Tato kvadratická rovnice má řešení

$$R_{AB} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}\,R\,.$$

Smysl má pouze kladný výsledek, tedy

$$R_{AB} = \frac{\sqrt{7} - 1}{3}\,R\,.$$

Karel Honzl

Úloha VI . 3 ... kolik máme kyslíku *(4 body; průměr ?; řešilo 48 studentů)*

Zkuste spočítat (či spíše kvalifikovaně odhadnout), na jak dlouho by lidstvu stačil kyslík nacházející se v současné atmosféře, kdyby najednou přestala fungovat fotosyntéza a rostliny by jej tedy nedoplňovaly. Potřebné údaje se pokuste zjistit v literatuře, nebo je vhodně aproximujte.

Na úlohu se můžeme dívat ze dvou hledisek.

1. V zadání máme na mysli model, ve kterém spotřebovává kyslík jenom lidstvo, nezávisle na průmyslu, zvířatech a rostlinách. Tento model je poměrně jednoduchý, ale nerealistický.
2. Chceme se podívat na problém, jak by asi vypadala situace, kdyby se lidstvo ocitlo před hrozbou zániku kvůli nedostatku O_2. Tento model se pokusí zahrnout všechny podstatné faktory, které mohou řešení úlohy ovlivnit.

Hledisko 1

Uvažujme, že člověk průměrně v klidu vydýchá $V_0 = 7\,\mathrm{l}$ vzduchu za minutu. Ten běžně obsahuje $\varphi_0 = 21$ objemových a 23 hmotnostních procent kyslíku. Při výdechu obsahuje vzduch asi $\varphi_1 = 16\,\%$ O_2. To znamená, že za minutu člověk spotřebuje asi

$$V = V_0\,(\varphi_0 - \varphi_1) = 7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3(0{,}21 - 0{,}16) = 3{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{min} = 6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}\,.$$

Odhadněme teď objem O_2 v atmosféře. Většina hmoty vzduchu se nachází do výšky 10 km. Tato hmota bude na povrch působit hydrostatickým tlakem $p_a = F_g/S = mg/S$. Jestliže za hmotnost vezmeme hmotnost atmosféry a za povrch plochu Země, pak rovnici můžeme přepsat do tvaru

$$m_{\mathrm{atm}} = \frac{p_a S}{g} \quad \Rightarrow \quad m_{O_2} = \varphi_0\,\frac{p_a 4\pi R_Z^2}{g} = 1{,}2 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}\,,$$

kde m_{O_2} je hmotnost kyslíku v atmosféře Země.

Jestliže uvážíme, že při dýchání kyslíku se nám jeho množství ve vzduchu zmenšuje, v určitém okamžiku ho bude ve vzduchu příliš málo. Pak začnou lidé umírat. Některé výzkumy naznačují, že trénovaný člověk bez námahy může dýchat vzduch s obsahem $\varphi_0(O_2) = 5$–$7\,\%$. Předpokládejme, že lidstvo vydrží dýchat vzduch, jestliže tento obsahuje alespoň $\varphi_{\min} = 12\,\%$ O_2. Obecně se udává 10–12 %. Vliv CO_2 můžeme zanedbat, protože tento není jedovatý. Jeho zhoubná vlastnost je, že jestliže se dostane do prostor, kde neexistuje proudění, vytlačuje lehčí O_2. Zvířata a lidé pak neumírají na otravu CO_2, ale na nedostatek kyslíku. Jeho momentální koncentrace ve vzduchu je kolem 0,04 %. Jestliže stoupne koncentrace, bude mít snahu vytlačovat kyslík z níže položených vrstev. Jestliže se ale zachová na zemi vítr, možná by se nemuselo z této strany hrozit velké nebezpečí. Navíc CO_2 by způsobil na Zemi skleníkový efekt, zvýšila by se teplota, což by vedlo ke zvýšenému vypařování vody, a tím by se zvýšil objem vody v atmosféře, bylo by více dešťů, které by kysličník uhličitý postupně vymývaly z atmosféry a vázaly do uhličitanů.

Lidstvo má tedy k dispozici $M = (1 - \varphi_2/\varphi_1)m_{O_2}$ kyslíku. Předpokládejme, že počet obyvatel zeměkoule, kterých je teď víc jak 6 miliard, se v budoucnosti ustálí na hodnotě kolem 10–12 miliard lidí. Alespoň tak se domnívají demografové. Položme počet obyvatel zeměkoule roven $N = 12$ miliard. Pak lidstvo spotřebuje M za čas

$$t = \frac{[1 - (\varphi_2/\varphi_1)]m_{O_2}}{\varrho N V} = \frac{\left(1 - \frac{12}{21}\right) \cdot 1{,}2 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}}{1{,}3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 6 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3/s}} = 1{,}1 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s} \approx 350\,000\,\text{roků}\,.$$

Kyslík by nám tedy postačil na statisíce let.

Hledisko 2

Předcházející výsledek je vhodné brát do úvahy snad jen tehdy, když by jsme se vrátili zpět do jeskyň a zapomněli na jakoukoliv techniku, navíc by jsme museli vyhubit všechny živočichy a rostliny. Lidé by si nemohli dovolit zapálit oheň.

Pokusme se odhadnout, kolik času by mělo lidstvo k dispozici, kdyby nezměnilo svůj styl života.

Podle moudrých knih je celková roční spotřeba cca $2{,}16 \cdot 10^{13}$ kg/rok (Rejmers 1985). Celková roční produkce je $1{,}55 \cdot 10^{12}$ kg/rok. Jan Kunc uvádí svoji tabulku spotřeby kyslíku, ke které dospěl na základě svých výpočtů

spotřeba kyslíku	množství spotřebovaného kyslíku za rok v kg
lidé dýcháním	$1{,}3 \cdot 10^{12}$
spalování ropy, uhlí a zemního plynu	$6{,}9 \cdot 10^{12}$
hoření lesů na Zemi	$7{,}6 \cdot 10^{12}$
dýchání rostlin	$4{,}7 \cdot 10^{12}$
dýcháni živočichů	$8{,}5 \cdot 10^{12}$

Vidíme tedy, že momentálně je spotřeba kyslíku o mnoho větší než stačí biosféra nahrazovat. Už teď žijeme prakticky na dluh, protože spotřebováváme desetkrát více kyslíku než je příroda schopna produkovat, navíc ještě kácíme dešťové pralesy v Amazonii a rovníkové Africe. Jestli se nad tím trošku zamyslíme, tak na první pohled úloha, která se zdála být odtržena od reality, je až neskutečně reálná. Když porovnáme tuto spotřebu se zásobami kyslíku, tak nám vyjde čas asi 25 000 roků. To za předpokladu, že se nebude zvyšovat spotřeba kyslíku lidskou činností. Další otázkou je, jak se bude měnit počet lidí. Odhady expertů hovoří o horní hranici 20 miliard lidí, to by znamenalo asi 10 000 let. Par tisíc let bychom tedy mohli v klidu žít. Bezprostřední nebezpečí nám nehrozí. Otázkou je, nakolik neexistence fotosyntézy ovlivnila veškerý ekosystém. Zvířata (lidé taky) by pravděpodobně vymřela na nedostatek potravy. Navíc by se určitě objevily nové choroby, jako zdroj nákazy se ihned nabízí uhynulé rostliny a živočichové.

Poznámky k řešením

Mnoho z vás si plete slovo odhadnout se slovem bez rozmyslu napsat první číslo co mne napadne. Jestliže někdo napíše: „Lidstvo vydrží několik dnů…“, měl by tento svůj názor také zdůvodnit. I jednoduchý výpočet by vám naznačil, že situace není taková, jak se někomu může na první pohled zdát a nevyskytovaly by se odhady 5–10 minut.

Jestliže někdo napíše: „Lidstvu stačí kyslík na $7{,}564338816 \cdot 10^{12}$ s = 248 882 let, 355 dní 23 hodin 42 minut 17 sekund.“, tak něco není v pořádku. To tedy po daném čase všichni lidé vymřou v jednom okamžiku? Navíc, proč je to tehdy a ne o dvě sekundy dříve nebo později? Odhadnout znamená udělat odhad a uvědomit si, jakou chybu tento odhad skrývá.

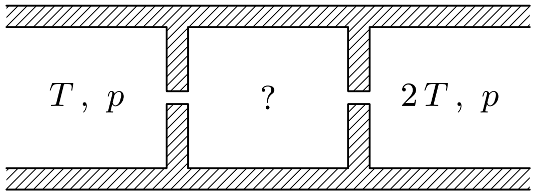
Literatura

Rejmers N.F., 1985 Abeceda přírody — biosféra

Pavol Habuda

Úloha VI . 4 ... vodíková nádoba *(5 bodů; průměr ?; řešilo 30 studentů)*

Představme si podle obrázku nádobu s ideálním plynem rozdělenou dvěma přepážkami na tři části. Napravo se udržuje teplota T a tlak p, nalevo $2T$ a p. Určete, jaká teplota a tlak je v prostřední části, víte-li, že celý systém je v dynamické rovnováze.



Obr. 3. Vodíková nádoba

Typická špatná úvaha na začátku většiny řešení zněla: Tlak v prostřední nádobě bude stejný jako v obou krajních, protože kdyby byl například menší, proudil by do této části plyn z obou částí krajních a soustava by tedy nebyla v dynamické rovnováze. Ještě jednou opakuji, že tato úvaha není správná. To, že je v jedné části soustavy větší tlak, ještě neznamená, že plyn musí proudit ven z této části, záleží totiž i na teplotách (resp. rychlostech molekul).

Při řešení vyjdeme z toho, že pokud je soustava v dynamické rovnováze, musí se všude zachovávat počet částic a jejich celková vnitřní energie.

Ze stavové rovnice plyne pro počet molekul na jednotku objemu plynu $N_V \sim p/T$. Střední rychlost molekul je stejně jako jejich střední kvadratická rychlost úměrná $v \sim \sqrt{T}$ (neboť $mv^2 \sim kT$, kde k je Boltzmannova konstanta). Počet částic ΔN které vyletí otvorem o průřezu S za jednotku času je počet částic v objemu $vS/6$ (jen 1/6 částic letí správným směrem, to je ale pro naši úlohu nepodstatné)

$$\Delta N \sim vN_V \sim \frac{p}{\sqrt{T}} .$$

Do prostřední části (její teplota a tlak jsou T^* a p^*) musí vnikat totéž, co z ní uniká (předpokládáme-li, že otvory v obou přepážkách jsou stejné)

$$\frac{p}{\sqrt{T}} + \frac{p}{\sqrt{2T}} = \frac{2p^*}{\sqrt{T^*}} . \tag{5}$$

Energie jedné částice je úměrná kT, energie ΔN částic, které vyletí za jednotku z oblasti o teplotě T, je tedy úměrná $E \sim p\sqrt{T}$. V prostřední části se musí zachovávat energie, z čehož

$$p\sqrt{T} + p\sqrt{2T} = 2p^*\sqrt{T^*} . \tag{6}$$

Z rovnic (5), (6) již snadno vyjádříme

$$p^* = \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt[4]{2}}\, p \doteq 1{,}015p , \qquad T^* = \sqrt{2}T .$$

Vidíme, že tlak v prostřední části je skutečně jiný než v obou krajních.

Lenka Zdeborová

Úloha VI . P ... věříte fyzice? *(5 bodů; průměr ?; řešilo 41 studentů)*

Zkuste se zamyslet a napsat úvahu na téma: O platnosti kterých fyzikálních zákonů, pouček a teorií jsem přesvědčen z vlastní zkušenosti a každému bych byl schopen jejich platnost dokázat, a kterým prostě věřím například proto, že mi o nich říkali ve škole.

Úvahy na téma *Věříte fyzice?* se většině z vás velice vydařily. Překvapily nás hloubkou svých myšlenek a povedeným humorem. Pokusím se napsat krátkou úvahu, jež shrnuje některé vaše nejdůležitější myšlenky, s nimiž i já souhlasím, doplněnou o pár dalších postřehů.

Už jako malá holka jsem zjistila, že spousta věcí včetně mě padá na zem, že každé ráno vyjde Slunce, a že když si nezavážu tkaničku u boty, šlápnu si na ni a rozbiji si nos. A tak jsem postupně začala získávat zkušenosti. To znamená, že jsem si začala uvědomovat, že mnohé věci, které se stanou, mají svoji příčinu, jejíž změnou mohu ovlivnit následek.

Někdy šla příčina vystopovat lehce. Například, když jsem zmáčkla vypínač v předsíni, rozsvítila se žárovka na lustru. A tak jsem objevila „zákon rozsvěcování a zhasínaní světla v předsíni“. Ale pak jsem jednou zase stiskla vypínač, a žárovka, místo aby se rozsvítila, krátce zajiskřila, a byla tma. Ke svému zákonu jsem tedy musela doplnit „korekci o přepálení vlákna žárovky“.

A takhle nějak každý z nás ve svém životě a lidstvo jako celek ve své historii objevuje (a myslím, že nejen fyzikální) zákony. Mluvit o důkazu v přesném slova smyslu je tak trochu „hloupost“. My jen víme, že za jistých jasně definovaných podmínek působila na těleso síla o velikosti

$$F = \frac{\varkappa Mm}{r^2}\,,$$

protože to tak vyšlo úplně každé důvěryhodné osobě, která to kdy měřila (v lepším případě to vyšlo i nám osobně), a proto se domníváme, že při dalším měření bude platit to samé. A zatím nám to vychází. Pokud nám to takhle hezky klape, platí i z původního zákona odvozená jednodušší verze gravitačního zákona

$$F = mg$$

pro tělesa v blízkosti planety Země.

Možná je to trochu zvláštní, ale čím víc výpočtů a měření vyhovujících danému zákonu máme, tím více jsme o jeho platnosti přesvědčeni. A tak je většina z vás, řešitelů, dost pevně přesvědčena o gravitaci a o třetím Newtnově zákonu akce a reakce, ale už míň se smiřujete s teorií relativy. V tomto případě si řeknete, že když relativitu vymyslel Einstein a tolik chytrých hlav, které přišly na spousty dalších věcí, s jejichž důsledky se potkáme i v běžném životě, tuto teorii uznalo, tak jim snad můžeme věřit. Možná i proto, že i když jste si všechna měření, která kdy vědci provedli, sami neověřili, máte v principu možnost, budete-li opravdu moc chtít si je ověřit, stačí jen někoho přemluvit, ať vás pustí k urychlovači.

Možná nás ve víře fyzikálním zákonům a fyzice utvrzuje i to, že aplikováním postupného pozorování následků a příčin spějeme k čím dál tím hlubšímu porozumění tomu, jak svět kolem nás funguje. Někteří fyzici dokonce sní o tom, že najdou teorii, která popíše celý svět a na žádné korekce v ní, už z principu, nezbude místo. Otázkou zůstává, zda taková teorie existuje, zda je možné na ni přijít, a jestli se někdy dovíme nejenom JAK svět funguje, ale taky PROČ funguje a to zrovna přesně takhle.

O tom se můžeme přít a dlouze debatovat, možná nás čekají ještě hodně velká překvapení, ale stejně je většina z nás asi dost pevně „přesvědčena“, že když zítra převrhne u snídaně hrnek s čajem, že se čaj vylije, že když dá někomu facku, že to jeho ruka také pocítí, a že když… , ačkoliv si myslím, že správného fyzika by nemělo moc šokovat, kdyby Slunce zítra ráno nevyšlo.

A na závěr k zamyšlení a pro pobavení pár zdařilých perliček od vás.

„I přes jakékoliv vzorečky a teorie nám věci stále padají na zem. Proč? Těžko říci. Tento problém můžeme akorát popsat vzorci a vymyslet nějaké teorie, ale co je Pravda? To nevím, a tak dál padám k Zemi a vím, že

$$F = \frac{\varkappa Mm}{r^2}\,.$$

A já jsem to malinké m v tomhle vzorci“

Dáša Eisenmannová

„Ve fyzice je pravda a co nejde silou, jde ještě větší silou.“

Vít Šípal

„Já sám jsem ze své vlastní zkušenosti přesvědčen o gravitačním zákoně (i když jsem byl trochu nesvůj, když náš profesor fyziky říkal, že pytel brambor mě přitahuje stejně jako krásná dívka ve stejné vzdálenosti a se stejnou hmotností),...“

Jaroslav Kudlička

„Verím však v jedno a to určite. V kvantovku — s pravdepodobnosťou $(1 - 10^{-46})$ zajtra ráno vo Veľkých Kapušanoch vyjde Slnko a nastane deň.“

Milan Berta

„Jde především o to, že lidé posuzují přírodu a její zákony podle schémat lidské logiky. A ta může být značně zkreslující. Příroda nás už poučila, že i tak rozdílné pojmy jako částice a vlna mohou být jedno a to samé.“

Michal Komm

„Chci jen říct, že já potřebuji něčemu věřit. Musím mít o všem nějakou představu, jinak by mě to neznámo zničilo.“

Václav Cviček

Jana Gřondilová

Úloha VI . E ... *povrchové napětí vody* *(8 bodů; průměr ?; řešilo 35 studentů)*

Změřte závislost povrchového napětí vody na teplotě. Metodu měření si můžete vybrat sami.

Metodu měření této experimentální úlohy jste si mohli vybrat. Uvedeme nejprve, jaké metody jste využívali

Odtrhávací metoda

Do kapaliny ponoříme drátěný rámeček tak, aby byla ponořena jenom jedna jeho strana, a to těsně pod hladinou. Měříme sílu, kterou musíme působit, abychom vytáhli celý rámeček z vody. Pro toto měření jsou vyráběny speciální torzní váhy, s jejichž užitím můžeme dosáhnout velmi přesných výsledků.

Ponořování drátků

O něco dostupnější je následující metoda: Na hladinu položíme drátky z různých materiálů o různých průměrech tak, aby plavaly. Vodu začneme zahřívat a drátky se nám budou postupně ponořovat. Pro právě se ponořující drátek o délce d a poloměru r z materiálu o hustotě ϱ platí rovnost tíhové a povrchové síly (povrchové napětí značíme σ)

$$2d\sigma = \pi r^2 d\varrho g\,.$$

Po úpravě dostaneme povrchové napětí vody

$$\sigma = \frac{1}{2}\pi r^2 \varrho g\,.$$

Stačí si tedy poznamenat teplotu, při které se příslušný drátek potopil, změřit (nebo jinak zjistit) jeho poloměr a hustotu a jeden bod do grafu je na světě. Z výše uvedeného jasně plyne, že potřebujeme přesně tolik různých drátků, kolik bodů do grafu závislosti σ na teplotě chceme získat.

Kapková metoda

Velice často využívaná byla kapková metoda. Kapeme-li vodu z kapiláry (kapátka), kapka nám upadne právě v tom okamžiku, kdy se její tíha rovná povrchové síle, která ji u kapátka drží.

$$mg = \sigma 2\pi r\,.$$

Určení poloměru kapky r (nebo spíše jejího „krčku") je problematické. Metoda se proto často využívá jako srovnávací Známou kapalinou si používané kapátko zkalibrujeme (ze známého σ spočteme r) a poté měříme neznámou kapalinu. Řada řešitelů si kapátko zkalibrovala pomocí vody 20°C teplé, jejíž povrchové napětí je podle tabulek $\sigma = 72{,}75 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$. Budiž. Hmotnost jedné kapky změříme snadno tak, že si jich odkapeme např. 100 a ty pak zvážíme (či změříme objem). Je třeba dávat pozor na chladnutí vody, při odkapávání se může voda poměrně významně ochlazovat.

Metoda kapilární elevace

Do nádoby s vodou o známé teplotě T ponoříme kapiláru. Vlivem povrchových sil voda v kapiláře vystoupá do výšky h. V případě, že voda kapiláru dokonale smáčí, platí rovnost sil (podobně i rovnost kapilárního a hydrostatického tlaku)

$$2\pi r\sigma = \pi r^2 h\varrho g\,.$$

Z toho

$$\sigma = \frac{1}{2} r h\varrho g\,.$$

Je opět třeba dávat pozor na to, aby voda v kapiláře měla stejnou teplotu jako ukazuje náš teploměr. Abychom dosáhli lepšího smáčení stěny kapiláry je třeba, aby byla úplně čistá. Při samotném měření výšky sloupce vody v kapiláře postupujeme nejlépe tak, že kapiláru nejprve téměř celou ponoříme a poté ji začneme z vody vytahovat a pozorujeme, kdy ze hladina vody v kapiláře začne stabilizovat. Jiné postupy měření dávaly často poměrně nereprodukovatelné výsledky. Průměr kapiláry měříme tak, že do ní zasuneme jehlu, kam až to jde, a v místě, po které jsme jehlu zastrčili, změříme její průměr mikrometrem.

Jaké měly vyjít výsledky? Fyzikální a matematické tabulky (Brož a kol. SNTL 1980) uvádí, že σ klesá od $72{,}75 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$ pro 20°C přes $69{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$ pro 40°C, $66{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$ pro 60°C k $62{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$ pro 80°C, z čehož vidíme, že závislost je přibližně lineární. Pro teploty vyšší než 80°C je měření již značně ztíženo počínajícím varem vody. Většina řešitelů skutečně dospěla ke klesající závislosti σ na teplotě, většinou však podcenili systematické chyby použitých postupů.

Jiří Franta

Úloha VI . S ... *nelinearita třetího řádu* *(4 body; průměr ?; řešilo 14 studentů)*

Nelinearita třetího řádu ve formě změny indexu lomu optickým polem má význam pokud je součin intenzity světla I_{min} a nelineárního koeficientu n_2 řádově větší než 0,005. Určete, jak by musel být velký výstupní výkon kontinuálně pracujícího laseru k překročení uvedené meze pro $n_2 = 5 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{cm^2/GW}$ při fokusaci svazku na průměr 50 µm. Srovnejte vypočtený výkon s výkonem žárovek, zářivek, Slunce, Měsíce a dalších podobných klasických zdrojů záření.

Pro výkon laseru, kdy po sfokusování $In_2 = 0{,}005$, zřejmě platí

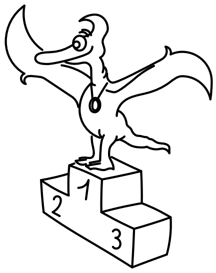
$$P = 0{,}005\,\frac{S}{n_2}\,,$$

kde S je plocha, na kterou svazek dopadá (stopa o průměru $d = 50\,\mu\mathrm{m}$) a tedy $S = \pi d^2/4$. Jednoduchým dosazením čísel dostaneme $P = 2\,\mathrm{PW}$ ($\mathrm{P} \sim 10^{15}$).

Jak mnozí správně uvedli, tolik elektrické energie se na Zemi nevyrábí, můžeme srovnávat pouze s výkonem vyzařovaným hvězdami. Světlo odražené od Měsíce má dokonce skoro stejný výkon, jaký požadujeme.

Uvedená nelinearita je vskutku velmi malá, aby se projevila, používají se lasery generující optické pulsy, jejichž výkon ve špičce dosahuje po sfokusování na velmi malý průměr (jen několik mikrometrů) i řádu $100\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{GW}$. Potom můžeme pozorovat nelineární jevy např. i ve skle s nelineárním indexem lomu $n_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{GW}$.

Tomáš Ostatnický



Pořadí řešitelů po VI. sérii

Kategorie čtvrtých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S**	**VI**	**%**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	4	3	4	5	5	8	4	**33**		**202**
1.	*Jan Houštěk*	G Pelhřimov	4	3	4	5	–	–	–	**16**		**174**
2.	*Jiří Chaloupka*	G Židlochovice	3	2	4	5	–	7	4	**25**		**155**
3.	*Pavel Augustinský*	G Havířov	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**136**
4.	*Milan Berta*	G V. Kapušany	3	3	4	3	5	5	1	**24**		**133**
5.	*Jakub Kulaviak*	G Blansko	3	2	2	3	5	4	2	**21**		**123**
6.	*Tomáš Matoušek*	G Karlovy Vary	–	3	4	–	–	3	4	**14**		**120**
7.	*Karel Kouřil*	G Blansko	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**118**
8.	*Stanislav Hugec*	G Michalovce	–	3	–	–	–	–	–	**3**		**90**
9.	*Jan Houfek*	G Uh. Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**87**
10.	*Ondřej Novák*	G Liberec	–	0	4	–	–	7	4	**15**		**83**
11.	*Juraj Suchár*	G Dubnica n. V.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**49**
12.	*Tomáš Linhart*	GOA Sedlčany	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**38**
13.	*Petr Schimm*	G Karlovy Vary	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**36**
14.	*Jiří Novák*	G Ledeč	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**32**
15.	*Tomáš Páleník*	G Trenčín	–	–	–	–	4	2	–	**6**		**31**
16.	*Jan Novotný*	G Mělník	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**25**
17.	*Jan Gruber*	G Frenštát p.R.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**19**
18.–19.	*Andrej Pavlík*	G Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**17**
18.–19.	*Martin Pieš*	G Košice-Šrob.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**17**
20.	*Ondřej Souček*	G Jablonec-Bal.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**16**
21.–23.	*Martin Benčo*		–	–	–	–	–	–	–	**0**		**13**
21.–23.	*Lenka Knopová*	G Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**13**
21.–23.	*Zbyněk Šrubař*	G Frenštát p.R.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**13**
24.–25.	*Marie Svobodová*	G Uh. Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**12**
24.–25.	*Martin Vitikáč*	G Sp. Nová Ves	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**12**
26.	*Stanislav Hampl*	GOA Sedlčany	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**11**
27.–29.	*Radek Chromý*	G Telč	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**10**
27.–29.	*Marián Majerík*	G Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**10**
27.–29.	*Petr Nachtigall*	G Frenštát p.R.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**10**
30.–31.	*Marek Rybčák*	G Bardejov	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**9**
30.–31.	*Ondřej Schmid*		–	–	–	–	–	–	–	**0**		**9**
32.–33.	*František Kolář*	G Praha-N.Kav.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**8**
32.–33.	*Ondřej Škoda*	G Benešov	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**8**
34.	*Martin Macášek*	G Dačice	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**6**
35.–37.	*Ondrej Bačo*	G Košice-Šrob.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**5**
35.–37.	*Matěj Koudelka*	SSPŠ Praha-Pre.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**5**
35.–37.	*Jiří Krejsa*	G Semily	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**5**
38.–41.	*Lukáš Florner*	SPŠ Hav. Brod	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**4**
38.–41.	*Martin Szablatura*	SPŠ Karviná	–	–	0	–	4	–	–	**4**		**4**

38.–41.	*Miroslav Šimko*	G Nitra	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**4**
38.–41.	*Naděžda Vaškovicová*	G Uh. Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**4**
42.	*Tomáš Lindouský*	G Nové Zámky	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**3**
43.	*Pavel Lupač*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**1**
44.–46.	*Martin Kozák*	G Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**0**
44.–46.	*Pavel Kučera*	OA Příbram	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**0**
44.–46.	*Petr Žejdl*	G Hlučín	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**0**

Kategorie třetích ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S**	**VI**	**%**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	4	3	4	5	5	8	4	**33**		**202**
1.	*Peter Čendula*	G Lip. Mikuláš	4	3	4	3	5	3	4	**26**		**163**
2.	*Jan Kunc*	G Kolín	1	2	6	1	5	7	4	**26**		**130**
3.	*Karel Žídek*	G Opava	0	1	4	1	6	8	4	**24**		**128**
4.	*Martin Beránek*	G Praha-Ohrad.	2	1	4	–	4	–	3	**14**		**125**
5.	*Jaromír Chalupský*	G Sušice	3	3	4	1	4	4	–	**19**		**124**
6.	*Petr Nečesal*	G M. Budějovice	–	3	–	3	5	8	–	**19**		**115**
7.	*Vladimír Fuka*	G Rakovník	–	–	–	–	4	5	4	**13**		**99**
8.	*Ondřej Plašil*	G Praha-Chod.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**74**
9.	*Hedvika Kadlecová*	G Praha-Botič.	1	2	–	–	5	2	–	**10**		**65**
10.	*Pavol Mikčo*	G Stropkov	0	–	1	–	5	2	–	**8**		**63**
11.	*Martin Hrba*	G Sušice	–	2	–	–	–	8	–	**10**		**59**
12.	*Zoltán Mics*	G Šahy	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**58**
13.	*Pavel Kočica*	G Uh. Brod	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**57**
14.	*Patrik Hudec*	G Bílovec	–	–	3	–	4	7	–	**14**		**55**
15.	*Jakub Levic*	G Louny	–	0	3	–	–	–	4	**7**		**53**
16.	*Jan Kratochvíl*	SPŠST Pha-Pan.	0	2	–	–	–	–	–	**2**		**51**
17.	*Jiří Tománek*	G Hranice	–	1	4	–	–	6	4	**15**		**50**
18.	*Robert Meixner*	G Brno-Slov.n.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**43**
19.–20.	*Petr Klíma*	G Louny	0	0	4	–	–	–	–	**4**		**42**
19.–20.	*Lukáš Schmiedt*	SG Olomouc	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**42**
21.	*Zdeněk Cejnar*	G Říčany	–	0	–	–	–	–	–	**0**		**41**
22.	*Lukáš Dumský*	GOA Sedlčany	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**39**
23.	*Dáša Eisenman.*	G Praha-M. šk.	–	0	1	–	7	–	–	**8**		**34**
24.	*Pavel Janda*	G Telč	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**33**
25.–26.	*Martin Hejna*	SPŠE Dobruška	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**32**
25.–26.	*Martin Holík*	G Bílovec	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**32**
27.	*Ivo Lazar*	G Prachatice	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**31**
28.	*Petra Adamová*	G Benešov	–	1	3	0	4	3	–	**11**		**30**
29.–30.	*Jan Bauer*	G Praha-Slad.	–	–	–	1	–	2	–	**3**		**24**
29.–30.	*Pavel Řezanka*	G Praha-Zbor.	–	–	4	–	–	–	–	**4**		**24**
31.–32.	*Ivan Banas*	G Martin	–	–	2	–	4	–	–	**6**		**23**
31.–32.	*Petra Dobroucká*	G M. Třebová	–	2	–	–	–	–	–	**2**		**23**
33.	*Peter Valachovič*	SPŠ Trenčín	–	–	1	0	5	–	–	**6**		**22**
34.	*Jan Alster*	G Holešov	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**21**
35.–36.	*Michal Bláha*	SPŠST Pha-Pan.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**19**
35.–36.	*Jaroslava Plasová*	G Klatovy	–	1	2	0	3	–	–	**6**		**19**
37.–39.	*Ladislav Benda*	G H. Král.-JKT	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**18**
37.–39.	*Martin Jakl*	G Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**18**
37.–39.	*David Kolovratník*	SPŠS Chrudim	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**18**

40.–41.	*Miloš Skalský*	G Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**17**
40.–41.	*Michal Škoda*	G Turnov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**17**
42.	*Jaroslav Tykal*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**15**
43.	*Jan Pšikal*	SPŠE Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**14**
44.–46.	*Jiří Doubek*	G Praha Arab.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
44.–46.	*Vlastislav Filgas*	G Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
44.–46.	*Libor Tomšík*	SPŠE Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
47.–48.	*Jaroslav Kočíšek*	G Čadca	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
47.–48.	*Martin Šimek*	G Telč	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
49.–52.	*Petra Nytrová*	G F.-Míst.-ČSA	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
49.–52.	*Andrea Oravcová*	G Partizánske	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
49.–52.	*Břetislav Šopík*	G Žďár n.S.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
49.–52.	*Zuzana Vlčková*	G Košice-Alej.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
53.–54.	*Marek Čapek*	G Děčín	–	–	3	–	–	5	–	**8**	**8**
53.–54.	*Daniel Reitzner*	G Košice-Šrob.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**8**
55.–60.	*Michal Janoušek*	G Zastávka	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
55.–60.	*Pavel Kolář*	SPŠS Chrudim	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
55.–60.	*David Krayzel*	G Chrudim	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
55.–60.	*Miroslav Patočka*	G Ivančice	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
55.–60.	*Martin Pavel*	G Dobruška	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
55.–60.	*Pavel Vraspír*	G Polička	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
61.–63.	*Tomáš Bouda*	G Jablonec-Randy	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
61.–63.	*Lukáš Brázda*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
61.–63.	*Ján Uhrin*	G Michalovce	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
64.–66.	*Andrej Mičica*	G Čadca	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**5**
64.–66.	*Marek Skarka*	G Vítkov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**5**
64.–66.	*Jan Zikán*	G Praha-Arabská	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**5**
67.–68.	*Ondřej Pánek*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**4**
67.–68.	*Norbert Požár*	G Bruntál	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**4**
69.–70.	*Martina Havrdová*	G Olomouc-Hejčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**3**
69.–70.	*Petr Hřebačka*	G Brno-Křenová	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**3**
71.–72.	*Hana Besedová*	G Frenštát p. R.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**1**
71.–72.	*Michal Hamran*	G Martin	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**1**

Kategorie druhých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S**	**VI**	**%**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	4	3	4	5	5	8	4	**33**		**202**
1.	*Jan Fröhlich*	G Praha-M. šk.	2	–	4	0	–	8	–	**14**		**97**
2.	*Miroslav Šulc*	G Ústí n.L.-Stav.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**68**
3.	*Michael Komm*	G Praha-Parl.	2	–	4	0	6	5	–	**17**		**50**
4.	*Miroslav Frost*	G Brno-Elgar.	–	–	3	1	4	–	–	**8**		**48**
5.	*Petr Kavánek*	G Čáslav	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**46**
6.	*Václav Matouš*	G Klatovy	–	–	3	–	4	8	–	**15**		**43**
7.	*Matej Dubový*	G Trenčín	–	–	4	0	5	–	–	**9**		**41**
8.	*Lenka Beranová*	G Klatovy	–	–	4	–	5	4	–	**13**		**40**
9.	*Ľuboš Bednárik*	G Trenčín	–	1	2	0	4	–	–	**7**		**28**
10.	*Milan Jalový*	G Blansko	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**22**
11.	*Jiří Vlach*	GOA Sedlčany	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**21**
12.	*Peter Murárik*	G Trenčín	–	–	3	0	4	–	–	**7**		**20**
13.	*Pavel Kwiecien*	G Dvůr Králové	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**19**

14.–15.	*Jiří Klimeš*	G Náchod	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**17**
14.–15.	*Stanislav Páca*	COP Hronov	–	0	0	–	–	–	–	**0**	**17**
16.–18.	*Zdeněk Čejka*	G Pha-U L. zám.	–	–	–	1	–	–	–	**1**	**16**
16.–18.	*Michal Hajn*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**16**
16.–18.	*Marie Hůlková*	G Náchod	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**16**
19.	*Ondřej Srba*	G Příbor	–	–	4	0	5	–	–	**9**	**14**
20.–22.	*Otakar Dokoupil*	G Přerov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
20.–22.	*Tomáš Hanzák*	G Kladno	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
20.–22.	*Karol Martinka*	G Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
23.–24.	*Jiří Eliášek*	G Trutnov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**12**
23.–24.	*Ondřej Vencálek*	G F.-Míst.-ČSA	–	–	4	0	4	–	–	**8**	**12**
25.–28.	*Václav Bouše*	G Praha-M. šk.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
25.–28.	*Aleš Ducháč*	COP Hronov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
25.–28.	*Miroslav Krůs*	G Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
25.–28.	*Karel Martišek*	G Brno-Elgar.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**11**
29.–32.	*Iva Kouřilová*	OA Blansko	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
29.–32.	*Jiří Palek*	G Nové Strašecí	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
29.–32.	*Vít Urbánek*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
29.–32.	*Michal Zapletal*	G R. p. Radhošť.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**10**
33.	*Eva Haluzová*	G Uh. Brod	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**9**
34.–36.	*Jan Beneš*	G Brno-Barvičova	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**8**
34.–36.	*Petr Křístek*	G F.-Míst.-TGM	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**8**
34.–36.	*Martin Nývlt*	G Náchod	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**8**
37.	*Lukáš Hunana*	G Dubnica n. V.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**7**
38.–41.	*Lenka Blažková*	G Kutná Hora	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
38.–41.	*Matin Hamrle*	G Pelřimov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
38.–41.	*Rudolf Kopřiva*	G F.-Míst.-TGM	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
38.–41.	*Mariana Matýsková*	G Třinec	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**6**
42.–43.	*Ondřej Chochola*	G Kladno	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**5**
42.–43.	*Kateřina Jandová*	G Praha-M. šk.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**5**
44.–45.	*Michal Kabát*	G Púchov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**4**
44.–45.	*Tomáš Sábl*	G Semily	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**4**
46.	*Petr Čech*	G Přerov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**3**
47.	*Lenka Němcová*	SGŠ Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**2**
48.–49.	*Lenka Burešová*	G Praha-Zborov.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**1**
48.–49.	*Jindřich Šťástka*	G Sokolov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**1**
50.	*Jan Čechmánek*	G Uh. Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**0**

Kategorie prvních ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S**	**VI**	**%**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	4	3	4	5	5	8	4	**33**		**202**
1.	*Miroslav Hejna*	G Rychnov n.K.	4	2	4	2	5	7	4	**28**		**179**
2.	*Petr Houštěk*	G Pelhřimov	3	–	4	5	7	–	–	**19**		**112**
3.	*Michal Bareš*	G Plzeň-M.nám.	3	–	3	0	6	7	4	**23**		**108**
4.	*Luboš Matásek*	G Plzeň-M.nám.	1	–	3	–	5	7	–	**16**		**73**
5.	*Václav Cviček*	G F.-Míst.-ČSA	2	3	5	0	7	4	–	**21**		**66**
6.–7.	*Karel Tůma*	G M. Ostrava	1	2	2	0	7	–	–	**12**		**59**
6.–7.	*Tibor Vansa*	G M. Ostrava	0	–	5	–	5	8	–	**18**		**59**
8.	*Jaroslav Kudlička*	G Hodonín	0	1	2	0	5	5	–	**13**		**55**
9.	*Václav Varvařovský*	G Plzeň-M.nám.	–	–	–	–	–	–	–	**0**		**53**

10.	*Petr Šimek*	G Blansko	2	–	3	–	4	5	–	**14**	**49**
11.	*Vít Šípal*	G Ústí n.L.-Jat.	–	1	3	–	6	3	–	**13**	**46**
12.	*Lukáš Chvátal*	G Brno-Vejros.	2	–	3	–	–	1	–	**6**	**42**
13.	*Jan Klusoň*	G Litomyšl	2	–	–	0	–	–	–	**2**	**28**
14.	*Martin Rybář*	G Blansko	–	–	3	0	4	5	–	**12**	**26**
15.	*Ondřej Honzl*	G Podbořany	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**24**
16.–17.	*Pavel Čížek*		–	–	–	–	–	–	–	**0**	**19**
16.–17.	*Jan Chmelař*	G Hranice	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**19**
18.	*Zdeněk Moravec*	G Blansko	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**15**
19.	*Hana Suchomelová*	ZŠ Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**14**
20.	*Mária Šedivá*	ZŠ Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**13**
21.	*Jiří Hampl*	SPŠ Příbram	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**12**
22.–23.	*Lukáš Snášel*	COP Hronov	1	0	–	–	3	–	–	**4**	**7**
22.–23.	*Miroslav Zgažar*	SPŠCH Ostrava	–	–	3	–	4	–	–	**7**	**7**
24.–25.	*Pavel Jež*	G F.-Míst.-ČSA	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**3**
24.–25.	*Stanislav Mlenský*	COP Hronov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**3**
26.–27.	*Petr Hrázský*	G Frenštát p. R.	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**2**
26.–27.	*Martin Vacek*	G Nové Zámky	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**2**
28.	*Michal Záhorák*	G Sabinov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**1**
29.	*Marek Mikloš*	G Sabinov	–	–	–	–	–	–	–	**0**	**0**

FYKOS
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://fykos.mff.cuni.cz`
e-mail pro řešení: `fykos-solutions@mff.cuni.cz`
e-mail: `fykos@mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.