

13. ročník, úloha II. 1 ... kondenzátor (5 bodů; průměr ?; řešilo 66 studentů)

Představte si válcový kondenzátor. Jsou to dva sousedé dlouhé válce o poloměrech r_1 , r_2 ($r_1 > r_2$), na menším je kladná hustota náboje σ , na větším stejně velká záporná. Pokud mezi válce vypustíme elektron, může v kondenzátoru obíhat po kruhové dráze. Určete rozsah možných frekvencí, se kterými může elektron v kondenzátoru obíhat. Může obíhat i vně kondenzátoru?

Spočítejme nejprve intenzitu elektrického pole mezi válci. Předpokládejme, že válce jsou mnohem delší než širší, tj. $r \ll l$, a elektrony obíhají velmi daleko od obou okrajů. Pokud přijmeme tyto předpoklady, můžeme úlohu řešit, jako by byl kondenzátor nekonečně dlouhý. Pokud je nepřijmeme, bude úloha víceméně neřešitelná.

Intenzita elektrického pole v nekonečně dlouhém kondenzátoru je z důvodu symetrie osově souměrná (kolmá na osu válce a velikost závislá pouze na vzdálenosti od osy). Velikost intenzity E ve vzdálenosti r od osy ($r_2 < r < r_1$) určíme z Gaussovy věty. (Ta říká, že plocha krát složka intenzity el. pole kolmá k této ploše se rovná podílu náboje, který plocha uzavírá, a permitivity prostředí.) povrchu zvoleného objemu je rovna náboji tímto objemem uzavřeným). Zvolíme si válec o poloměru r a výšce v souosý s kondenzátorem. Z výše uvedených důvodů je tok intenzity povrchem pláště roven součinu E a obsahu pláště. Gaussova věta má tvar

$$E2\pi r v = \sigma \frac{2\pi r_2 v}{\epsilon_0}.$$

Intenzita elektrického pole mezi válci je

$$E = \frac{\sigma r_2}{\epsilon_0 r}.$$

Abyste elektron pohyboval po kruhové dráze s poloměrem r a úhlovou rychlostí ω , musí na něj působit dostředivá síla o velikosti $F_d = m\omega^2 r$.

Jako dostředivá síla zde působí právě elektrostatická síla o velikosti $F_e = Ee$.

Z rovnosti $F_d = F_e$ dostaneme pro úhlovou rychlost

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{e\sigma r_2}{\epsilon_0 m}}$$

a frekvence obíhání je $f = \omega/2\pi$.

Dosazením $r = r_1$ dostaneme minimální a $r = r_2$ maximální frekvenci

$$f_{\min} = \frac{1}{2\pi r_1} \sqrt{\frac{\sigma e r_2}{\epsilon_0 m}}, \quad f_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma e}{r_2 \epsilon_0 m}}.$$

Možné frekvence tedy leží v intervalu (f_{\min}, f_{\max}) .

Vně kondenzátoru na elektron působí odpudivá síla a ten ulétne pryč, to znamená, že vně obíhat nemůže. (Intenzita vně kondenzátoru není nulová, neboť vnější válec má stejně velkou hustotu náboje, ale větší plochu. Celkový náboj kondenzátoru je tedy záporný.)

Poznámka: Válcový kondenzátor se říká spíše tomu, když mají oba válce stejně velký náboj a ne jeho hustotu. Označení v tomto příkladě bylo tedy trochu matoucí, za což se zmateným omlouváme.

Václav Porod

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.