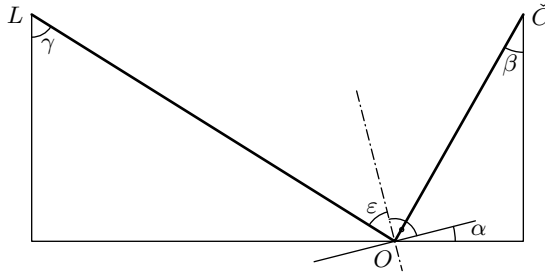


14. ročník, úloha II. 1 ... lampa na hladině (4 body; průměr ?; řešilo 39 studentů)

Jdete večer kolem řeky šířky L . Na protějším břehu stojí lampa ve výšce h nad hladinou řeky. Když se podíváte na hladinu, uvidíte na vodě obraz lampy. Je-li hladina rozčeřená, tento obraz se „rozmaže“. Určete úhlovou šířku a délku pod jakou tento útvar vidíte. Předpokládejte, že vaše oči jsou ve stejné výšce nad hladinou jako lampa. Zčeřenou hladinou rozumíme vlnky s maximálním náklonem α ve všech směrech a výškou zanedbatelnou vůči h .

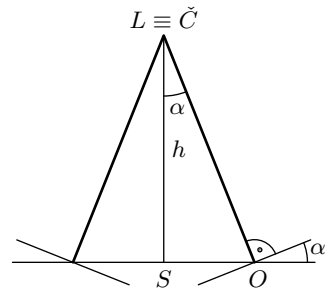
Proseminář z optiky ve třetím semestru MFF.



Obr. 1

Nejdřív určíme úhlovou délku. Uvažujme, že sklon hladiny vůči horizontální rovině může být od $-\alpha$ do α . Z obr. 1 vidíme, že nejbližší ke člověku je odraz pro sklon hladiny α . Označme β úhel, pod kterým vidíme tento konec obrazu. Když potom označíme úhel odrazu ε , dostáváme podle obr. 1 vztah $\beta = 90^\circ - (\varepsilon - \alpha)$. Nejbzdálenější bod odrazu určíme analogicky, když si představíme sklon α , ale v opačném směru. Tedy jako kdybychom zaměnili L za \check{C} . Proto úhel, pod kterým vidíme nejbzdálenější konec odrazu, je γ . Z obr. 1 opět vidíme, že $\gamma = 90^\circ - (\varepsilon + \alpha)$ a úhlová délka je rozdíl úhlů, pod kterými vidíme nejbzdálenější a nejbližší konec obrazu ve vodě, $\gamma - \beta = 2\alpha$.

Teď spočteme úhlovou šířku. Označme $SO\check{C}$ trojúhelník, z kterého tuto šířku budeme počítat, kde \check{C} je člověk, S střed mezi člověkem a lampou a O je bod odrazu. Víme, že nejbzdálenější bod odrazu ve směru kolmém na spojnici člověka a lampy bude ve stejné vzdálenosti od člověka a od lampy. Takže spojnice obou odrazů bude procházet středem, úhel $O\check{C}S$ je polovina námi hledané úhlové šířky. Nejdřív určíme délky stran tohoto pravoúhlého trojúhelníku. Z obr. 2 vidíme, že $|SO| = h \operatorname{tg} \alpha$ (pozor, na obrázku je jenom průmět trojúhelníku $SO\check{C}$ do svislé roviny). Vzdálenost $\check{C}S$ je z Pythagorovy věty $\sqrt{(L/2)^2 + h^2}$. Potom pro úhlovou šířku dostáváme



Obr. 2

$$2 \operatorname{arctg} \frac{|SO|}{|S\check{C}|} = 2 \operatorname{arctg} \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{(L/2)^2 + h^2}}.$$

Miroslav Kladiiva

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.