

15. ročník, úloha VI. E ... sprcha (8 bodů; průměr ?; řešilo 17 studentů)

Určitě jste si už při sprchování všimli, že proud opouštějící sprchu má vyšší teplotu než voda dopadající na zem. Na vás je, abyste toto naměřili kvantitativně.

Nalezněte a popište vhodné experimentální uspořádání, na kterém bude měřitelný pokles teploty vody padající vzduchem a proveďte měření. Pokuste se vaše výsledky teoreticky interpretovat.

Teorie

Voda vytékající ze sprchy se rozstříkuje na jednotlivé kapky a ty odevzdávají teplo okolí. Protože vzduch je velmi špatný vodič tepla, tak nejvíce tepla ztratí kapky odpařováním.

Nyní si musíme rozmyslet jaká je závislost tepla, které kapky ztratí vypařováním na teplotě kapky. Odpařování je vlastně děj, kdy molekuly kapaliny, které jsou blízko povrchu získají dostatečnou rychlost, aby se odpoutaly od přitažlivých sil ostatních molekul. Odvodit přesný vztah této závislosti je velmi složité, nám bude stačit přiblížení, že toto předané teplo bude úměrné rozdílu teploty kapky a okolí. Toto teplo také bude záviset na velikosti povrchu kapky. Protože se však povrch kapky odpařováním téměř nezmění, budeme povrch kapky považovat za stále stejný.

Za velmi malý čas dt se tedy změní tepelná energie kapky U o teplo dQ . Pro tuto změnu tedy bude v prvním přiblížení platit rovnice

$$dQ = -k(T - T_o) dt,$$

kde T je teplota kapky, T_o teplota okolí a k je konstanta úměrnosti. Změní-li se tepelná energie, změní se i teplota a pro změnu teploty dT platí $dQ = c_v dT$, kde c_v je tepelná kapacita vody. Dostáváme tedy rovnici

$$c_v dT = -k(T - T_o) dt.$$

Řešením této rovnice je

$$T = T_o + (T_0 - T_o) \exp\left(-\frac{kt}{c_v}\right),$$

kde T_0 je počáteční teplota vody. Dále pro jednoduchost k/c_v označíme K .

Kapky padají v gravitačním poli (odpor vzduchu zanedbáme) po dobu t , za kterou urazí vzdálenost d , a tedy bude platit

$$t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gd}}{g},$$

kde v_0 je rychlost výtoku kapaliny ze sprchy. Pro závislost teploty vody na výšce bude v našem modelu platit

$$T = T_o + (T_0 - T_o) \exp\left(-K \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gd}}{g}\right).$$

Měření

K měření jsme použili teploměr do 100 °C, který jsme umístili do speciálně upravené nádoby. Tato nádoba fungovala tak, že jsme mohli regulovat jaké množství vody z ní poteče. Když jsme měřili výše, tak do nádoby teklo větší množství vody, abychom měli teploměr vždy stejně ponořený, tak jsme podle průtoku vody otevřeli otvor na dně nádoby. Dále bylo velmi

důležité, aby voda v nádobce moc nechladla a tedy rychle se obměňovala. Aby ovšem teploměr přesně měřil je nutné, aby byl dostatečně ponořen. Je velmi složité se s těmito protichůdnými požadavky vypořádat.

Další problém je, jak přesně určit výšku, ve které teplotu měříme. My jsme za tuto výšku vzali střed banky teploměru.

Teplotu vody jsme měřili pro dvě různé rychlosti výtoku vody ze sprchy. Určení rychlosti vody je velmi složité; změřili jsme za jak dlouho byla naplněna nádoba o objemu 0,7 l. Získali jsme časy

$$t_1 = 8 \text{ s}, \quad t_2 = 5 \text{ s}.$$

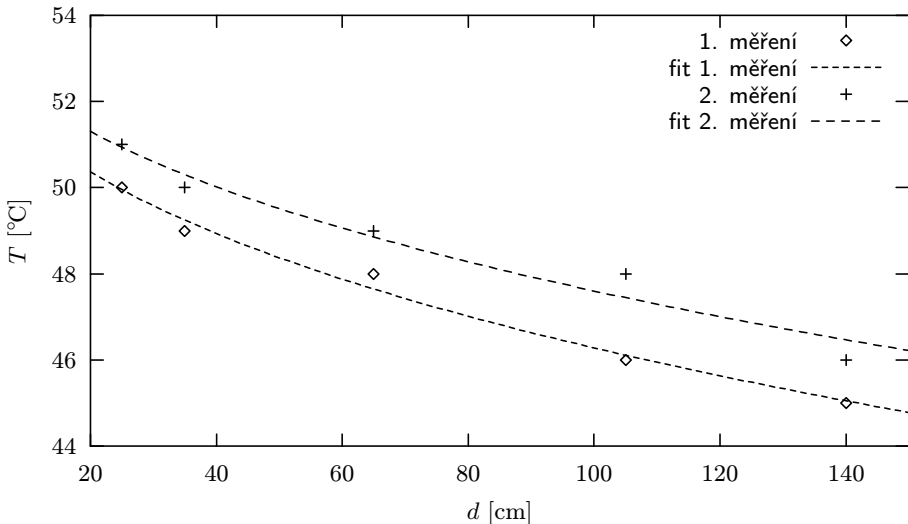
Měření ovšem bylo velice nepřesné, protože určit přesně, kdy byla naplněna nádoba, do které prudce vtéká voda, bylo složité. Chybu tohoto času jsme odhadli jako 15%. K výpočtu skutečné rychlosti vody je ovšem potřeba znát plochu, ze které voda vytéká. Velikost této plochy jsme odhadli tak, že jsme zjistili počet dírek na sprše a vynásobili je plochou jedné dírky. Určení plochy této dírky bylo ovšem velmi nepřesné, protože mnoho dírek bylo značně zaneseno vodním kamenem. Plochu všech dírek jsme odhadli na

$$S_d = (20 \pm 10) \text{ mm}^2.$$

Nakonec jsme získali hodnoty rychlosti

$$v_{01} = (4 \pm 2) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad v_{02} = (6 \pm 3) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Teploty naměřené v jednotlivých výškách vidíme v následujícím grafu a tabulce.



d [cm]	25	35	65	105	140
T ₁ [°C]	50	49	48	46	45
T ₂ [°C]	51	50	49	48	46

Teploty pro různé výtokové rychlosti.

V grafu je naměřenými hodnotami proložena křivka získaná teoreticky. Dostali jsme hodnoty koeficientů

$$\begin{aligned}K_1 &= 0,6 \text{ s}^{-1}, & K_2 &= 0,5 \text{ s}^{-1}, \\T_{01} &= 53,4 \text{ }^\circ\text{C}, & T_{02} &= 53,8 \text{ }^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

Diskuze

Jak je vidět, hodnoty, které jsme získali měřením, odpovídají teoretické křivce. Pro větší průtok vody jsou naměřené hodnoty trochu vyšší, než bychom očekávali z teorie. to může být způsobeno tím, že při větším průtoku vody byl více ponořen teploměr a tím se mohla naměřit vyšší teplota. Protože chyby naměřených veličin jsou velké, prakticky si odpovídají.