

15. ročník, úloha VI. P ... chromatická vada (5 bodů; průměr ?; řešilo 15 studentů)

Mějme dvě identické skleněné čočky s ohniskovou vzdáleností f (pro určitou střední vlnovou délkou). Do jaké vzdálenosti je třeba dát tyto čočky, aby výsledná optická soustava měla co nejlépe kompenzovanou chromatickou vadu (tzn. že různě barevné světlo se zobrazuje do různých míst). Jak velkou ohniskovou vzdálenost bude výsledná soustava mít?

Úlohu z paměti vylovil Honza Houštěk.

Pro ohniskovou vzdálenost f_0 soustavy dvou tenkých čoček platí

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}, \quad (1)$$

kde f_1, f_2 jsou ohniskové vzdálenosti čoček a d jejich vzdálenost. V našem případě platí $f_1 = f_2 = f$, přitom f je funkcí vlnové délky. Proto nejlepší kompenzaci chromatické vady dosáhneme v případě, že f_0 bude co nejméně záviset na f . Dosadíme tedy $f_1 = f_2 = f$ do vztahu (1) a upravíme

$$f_0 = \frac{f^2}{2f - d} \quad (2)$$

a hledejme, pro jaké d je derivace f_0 podle f v bodě f nulová

$$\frac{df_0}{df} = \frac{2f(f-d)}{(2f-d)^2} \Rightarrow d = f.$$

Druhou čočku tedy musíme umístit do ohniska první. Po dosazení do (2) dostáváme pro výslednou ohniskovou vzdálenost $f_0 = f$.

Řešitelé *Mirek Hejna* a *Honza Prachař* si všimli a jako jediní také správně zdůvodnili, proč různě barevné obrazy bodového zdroje přesto nejsou v jednom bodě. Přestože splněním naší podmínky zaručíme, že výsledná ohnisková vzdálenost je (alespoň přibližně) neměnná, mění se s vlnovou délkou poloha hlavních rovin výsledné soustavy. Potřebovali bychom tedy znát, k čemu se bude soustava využívat, abychom případně mohli řešení ještě vylepšit.