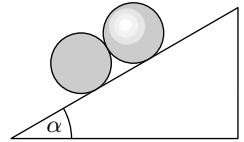


**19. ročník, úloha III. 1 ... dotyk koule a válce** (4 body; průměr 1,70; řešilo 50 studentů)

Koule a válec o stejném poloměru a stejné hmotnosti jsou vyrobené z různých materiálu a leží na nakloněné rovině tak, že se vzájemně dotýkají. Určete, za jakých podmínek zůstanou ležet v klidu.

Řešil Petr Sýkora při TJUFu.



Obr. 1

Ze všeho nejdříve se musíme omluvit, že při formulování úlohy došlo ke dvěma zjednodušením (tělesa mají stejné hmotnosti a poloměry), které každé zvlášť ještě dovoluje teoretické zaseknutí koule a válce i na jiné než vodorovné podložce, ale dohromady neumožňují zaseknutí se obou těles na nakloněné rovině.

Začneme tím, že si označíme dle obrázku 2 všechny síly, které na soustavu koule a válce působí. Tělesa na sebe vzájemně působí normálovými silami  $\mathbf{N}$  a  $-\mathbf{N}$  a třecími silami  $\mathbf{F}_t$  a  $-\mathbf{F}_t$ . Pro naše řešení zanedbáme valivý odpor, jelikož jeho velikost by byla o několik řádů nižší než velikosti ostatních uvažovaných sil.

Aby náš systém zůstal v klidu, musí být výslednice všech vnějších sil působících na každé těleso nulová. Obdobně musí mít nulovou velikost také součet všech momentů vnějších sil. Díky tomu, že nás zajímá statický případ, musí toto platit pro momenty sil vůči libovolné ose, tudíž i pro osu, která prochází středem koule (válce) a je zároveň kolmá k nákrešně.

Jelikož vůči těmto osám mají nenulový moment jen třecí síly, budeme se momenty sil zabývat dříve než výslednicemi sil.

Klidové tření mezi válcem a podložkou i klidové tření mezi válcem a koulí působí se stejným ramenem síly vůči středu tohoto tělesa, proto platí rovnost  $F_t = F_{t1}$ . Obdobně pro druhé těleso zjistíme, že  $F_t = F_{t2}$ .

Nyní se zaměříme na výslednice vnějších sil. Z rovnováhy všech sil působících na válec pro složky sil rovnoběžných s nakloněnou rovinou plyne

$$mg \sin \alpha + N - F_{t1} = 0.$$

Obdobně pro kouli získáme vztah

$$mg \sin \alpha - N - F_{t2} = 0.$$

Odečtením posledních dvou rovnic dostaneme  $N = 0$ . Tělesa tedy k sobě nejsou přitisknuta, a tudíž nemůžou vzniknout ani třecí síly  $\mathbf{F}_t$  a  $-\mathbf{F}_t$ , což je ve sporu s předpokladem. Soustava nemůže být ve statické rovnováze a nemůže tedy zůstat v klidu. Jiná situace by samozřejmě nastala, pokud by tělesa měla rozdílné hmotnosti, nebo průměry.

**Petr Sýkora**

petr@fykos.mff.cuni.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.