

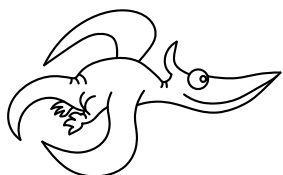
Milí přátelé!

Vítáme vás v XX. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Všechny informace o semináři naleznete v příloženém letáku. Zde shrneme jen to nejdůležitější.

S první sérií nám prosím pošlete na zvláštním papíru vaše jméno a příjmení, adresu pro korespondenci, e-mail, školu, třídu a rok maturity. Řešení každé úlohy pište na *zvláštní* papír formátu A4 a *všechny* papíry podepište. Není třeba posílat řešení všech úloh, řešitelé, kteří vyřeší vše, jsou výjimkou.

Další informace najdete také na <http://fykos.mff.cuni.cz>. Přejeme vám spoustu příjemných chvil strávených s naším seminářem. Na řešení úloh první série se těší

organizátoři



Zadání I. série



Termín odeslání: 16. října 2006

Hluboký vesmír, 2224

Federace dostala zprávu, že v sektoru 0056 dochází ke shlukování tajemné hmoty s podivuhodnými vlastnostmi. Hmota je temná, neboť vůbec neinteraguje s elektromagnetickým zářením, její částice interagují pouze gravitačně. Federace tudíž vyslala malou dvojtčlennou vědeckou loď na průzkum. Během cesty se však porouchal počítač a loď narazila do asteroidu, což ji vychýlilo z kurzu.

Posádce se povedlo nouzově přistát na neznámé planetě třídy M. Během samovolného pádu se zahříval trup lodi vlivem kontaktu s atmosférou. Z rychlosti pádu určila posádka gravitační zrychlení na planetě $0,5g$.

Planetu pokrývaly hlavně lesy s neuvěřitelně vysokými stromy. Trikorderový scan určil, že se velmi podobají listnatým stromům na Zemi a dosahují největší možné výšky. Ačkoli se chlubily listím, měly stejné šišky jako pozemské jehličnany, včetně struktury a funkce.

Při dalším průzkumu planety členové posádky narazili na humanoidy, kteří obývali stromy a mohli by je transportovat do horních pater lesa, odkud by šel poslat nouzový signál. Tamější humanoidi používali k vysílání signálů barevné kamínky, které propouští světla různých barev, a když se světla jednotlivých kamínků zkombinují, dávají další barvy.

Po vyslání signálu z výšky stromu brzy dorazila vesmírná loď USS Odyssey a vyzvedla trosečníky. Ti pak do 16. října 2006 poslali závěry z mise velitelství hvězdné flotily na Zemi.

Úloha I.1 ... tajemná hmota

Tajemná hmota je homogenní a izotropní oblak plynu na počátku v naprostém klidu. Tento oblak o celkové hmotnosti M má přesně tvar koule. Zjistěte, jak se (lokálně) v objemu oblaku bude měnit hustota při gravitačním kolapsu. Okomentujte rychlost hroucení v okamžiku, kdy bude všechna hmota těsně před shroucením do jednoho bodu.

Úloha I.2 ... srážka s asteroidem

Určete, jaký úhel po srážce svírala trajektorie asteroidu a vědecké lodi. Před srážkou byl kulový asteroid v klidu a měl stejnou hmotnost jako loď. Uvažte, že loď chrání štíty, které mají kulový tvar.

Úloha I.3 ... míchání barev kamínků

Vysvětlete, proč zkombinováním světél ze dvou barevných kamínků dostanou vědci jinou barvu, než když přímo smíchají dvě barvy, které kamínky mají.

Úloha I.4 ... kapitánův deník

Přispějte něčím zajímavým do deníku vědecké výpravy (obrázkem či jiným uměleckým výtvozem, dobrodružnou příhodou v délce denního hlášení, fyzikálním pozorováním, ...).

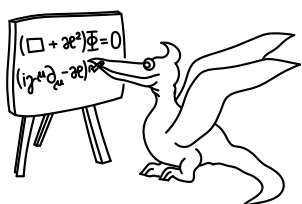
Úloha I.P ... výška stromů

Odhadněte výšku stromů na planetě. Uvažte všechna možná hlediska, která mohou výšku stromů ovlivnit.

Úloha I.E ... sbírání šišek

Počet spirál tvořených šupinami šišek vycházejících od špičky není libovolný, nýbrž nabývá hodnot 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... To jsou členy tzv. Fibonacciho posloupnosti, v níž další člen získáme sečtením předchozích dvou, přičemž první dva členy posloupnosti jsou 1 a 1. Jako každé pravidlo má však i toto své výjimky. Někdy se totiž stane, že počet spirál je roven 1, 3, 4, 7, 11, ..., tedy prvku Lucasovy posloupnosti. Získáme ji stejným postupem jako Fibonacciho, začínáme ale s 1 a 3.

Vášim úkolem je zjistit, jak často a za jakých podmínek se tato anomálie vyskytuje na Zemi.¹ Prozkoumejte závislost na co nejvíce různých parametrech (např. roste-li strom v lese či volně).



Seriál o kvantové fyzice

Kapitola 1: Historický úvod

Co je to kvantová fyzika

To je otázka spíše filozofická než fyzikální. Nicméně se dá ve zkratce říci, že kvantová fyzika popisuje svět okolo nás, a to řečí teorie pravděpodobnosti. Klasická (nekvantová) fyzika umí předpovědět, jak dopadnou různé fyzikální jevy. Například pokud vyhodíme míč do vzduchu, předpoví, že spadne na zem, a je schopna vypočítat, kdy a kde se to stane. Prakticky všechny fyzikální jevy v našem životě je schopna klasická fyzika popsat. Nicméně pokud se obrátíme do nitra hmoty, zjistíme, že pravidla, která platí v našem světě, zde už platit přestávají. A to je přesně svět, kde dominuje kvantová fyzika. Stručně řečeno, nic zde nelze říci určitě. Lze pouze říci, s jakou pravděpodobností se to či ono stane.

¹⁾ Podrobnější informace viz <http://artax.karlin.mff.cuni.cz/~zdebl9am/phyllot.pdf>.

Kvantová fyzika je tou správnou teorií, nicméně v běžném životě se většinou s jejími důsledky nesetkáváme. To je zapříčiněno tím, že kvantové jevy jsou dobře pozorovatelné v mikroskopickém světě a čím víc jdeme do větších rozměrů, tím méně se projevují. Proto kvantová teorie na velkých rozměrech efektivně přechází v teorii klasickou.

Stručně si povězte, jak to všechno začalo.

Fyzika na scestí

Fyzikální představy o světě se vyvíjely od nepaměti, za počátek klasické fyziky je nicméně považována kniha Isaaca Newtona *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* z roku 1686. Pro dalších 200 let se stala newtonovská fyzika základním kamenem, na níž byly stavěny nové teorie. Druhá polovina 19. století však znamenala drastickou změnu. Zlepšování experimentálních metod a nové často nečekané výsledky měření vedly teoretiky k vyvíjení činnosti. Nové představy týkající se elektromagnetismu a termodynamiky vyvolaly jistou atmosféru nejistoty, kdy do té doby základní principy fyziky (jako třeba 2. termodynamický zákon) byly často zpochybňovány. Tento proces trvající několik desítek let, byť vycházel z důkladné znalosti zákonů klasické fyziky, nakonec vedl ke zrodu teorie nové – obecnější.

Planckova hypotéza

Za počátek kvantové teorie je považována Planckova hypotéza záření černého tělesa. V podstatě jde o to, jaká je intenzita elektromagnetického záření, které vyzařují objekty na určité frekvenci. Na konci 19. století odvodil německý fyzik Wilhelm Wien výraz², který sice souhlasil s experimentem, ale neměl žádné teoretické opodstatnění. Max Planck v roce 1899 Wienův vztah na základě termodynamických zákonů dokázal a pokračoval ve svém snažení dále, neboť na základě měření byly přece jenom nalezeny jisté odchylky. V roce 1900 publikovali Strutt a Rayleigh práci, v níž na základě klasické teorie odvodili jiný vztah pro vyzařování, který neodpovídal experimentu na vysokých frekvencích³, na nízkých nicméně slavil úspěch. Planck však tuto krátkou práci ignoroval. Generoval si obecné vztahy, které vyhovovaly podmínkám termodynamiky a elektrodynamiky, až se mu jeden z nich zalíbil. Tento vztah nejlépe souhlasil s pozorováním, nicméně žádné teoretické odůvodnění neměl. Planck se totiž po dlouhých bezvýsledných výpočtech uchýlil k zoufalému ničím neopodstatněnému kroku. Přidal do teorie předpoklad, že energie celého vyzařovacího systému je kvantována, tj. nemůže nabývat libovolné hodnoty, ale pouze určitých dovolených. Pak už mu kýžená formulka skutečně vyšla. Sám Planck píše:

„Byl to akt zoufalství ... čistě formální předpoklad, jemuž jsem nevěnoval příliš úvah kromě toho, že jsem za každou cenu musel dostat kladný výsledek.“

Tím kladným výsledkem samozřejmě myslel svůj vzoreček. Planck si vážnost svého předpokladu zjevně neuvědomoval. Až Albert Einstein pochopil dalekosáhlé důsledky Planckovy hypotézy. Právě on ji jako první aplikoval na kvantování energie jedné částice, a to ve své práci o fotoelektrickém jevu z roku 1905. Einstein vysvětlil jev, který byl prvně pozorován již o 6 let dříve. Pokud necháme dopadat elektromagnetické záření na povrch kovu, začnou se z něj emitovat elektrony. Podstatné je, že se počet elektronů nezvětší, pokud zvýšíme frekvenci

²⁾ Vztah mezi vlnovou délkou s maximální intenzitou vyzařování a teplotou $\lambda_{\max} = b/T$.

³⁾ Průšvih klasické teorie, na který tento vztah ukázal, byl ten, že celková energie vyzařování vycházela nekonečná – tzv. *ultrafialová katastrofa*.

záření (tj. zvětšíme energii vyslanou zářičem). Einstein přišel na to, že elektron je z atomu vyražen, pokud přijme kvantum energie (dostatečně velké k vyproštění elektronu ze spár atomu). Kvantum energie má hodnotu $\hbar\omega$, kde ω je úhlová frekvence záření a \hbar redukovaná Planckova konstanta $\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Zvyšováním této energie se bude zvětšovat rychlost vylétávajících elektronů, nikoliv však jejich počet. Ten je totiž určen počtem dopadajících kvant (jeden elektron přijme jedno kvantum). Tato kvanta energie $\hbar\omega$ dostala později název *fotony*.

Bohr a atomy

Již koncem 19. století byla pozorována spektra jednotlivých atomů (tj. závislost intenzity záření, které tyto atomy vyzařují, na frekvenci). Spolu s pokusy o vysvětlení tohoto jevu přicházely i nové představy o tom, jak vlastně atom vypadá. V roce 1911 do toho vstoupil svým slavným pokusem Ernest Rutherford, který experimentálně dokázal existenci jádra atomů. Zdálo se tedy, že správná představa odpovídá solárnímu systému, tj. okolo kladně nabitého jádra obíhají záporně nabitě elektrony, a to přibližně po kružnicích. Nicméně tato představa nevyhovovala nejen experimentálním pozorováním, ale narážela i na tehdy známé fyzikální zákony. Šlo o to, že v tomto modelu může elektron vyzářit libovolné množství energie (tedy foton o libovolné frekvenci), snížit tím svou energii a přejít na jinou energetickou hladinu (tj. přiblížit se tak blíže jádru). To by však znamenalo, že bychom měli pozorovat záření všech atomů na všech frekvencích. To se ale nedělo, pozorovány byly u jednotlivých atomů jen konkrétní spektrální čáry. To znamenalo, že atomy vyzařují jen fotony několika konkrétních frekvencí. Druhá nepříjemnost souvisela se zrychleným pohybem nabitých částic v elektromagnetickém poli (to přesně elektrony v atomu byly). Takové elektrony by totiž měly vyzařovat energii a za krátký čas⁴ ji vyzářit tolik, že by „spadly“ do jádra. Ani tento atomový kolaps nebyl samozřejmě pozorován. V roce 1912 publikoval Niels Bohr svou představu, že elektrony mohou v atomech obíhat jen po přesně určených drahách. Tyto stavy jsou stacionární, elektrony v nich samy od sebe fotony neemitují.

Úloha I. S ... Bohrova hypotéza

V této úloze se budeme zabývat atomem vodíku, který je tvořen velice hmotným jádrem s nábojem e a lehkým elektronem o hmotnosti m s nábojem $-e$, který kolem jádra obíhá pro kruhové trajektorii.

- Určete, jak na základě klasické fyziky závisí vzdálenost elektronu od jádra atomu na jeho celkové (kinetické a potenciální) energii E .
- Přijměme Bohrovu hypotézu, že moment hybnosti elektronu je kvantován, tzn. může nabývat jen hodnoty $L = n\hbar$, kde n je přirozené číslo. V jaké vzdálenosti potom může elektron kolem jádra atomu obíhat?
- Určete frekvenci fotonu, který elektron vyzáří, pokud přejde z n -té do m -té povolené vzdálenosti od jádra.

Naše adresa: **FYKOS**
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://fykos.mff.cuni.cz>
e-mail: fykos@mff.cuni.cz

⁴) Jedná se řádově o pikosekundy.