

## Úloha III.4 ... nadzvuková nebo podzvuková?

4 body; průměr 3,16;

řešilo 61 studentů

Uvažujte bombu padající volným pádem svisle dolů na cíl. Po celou dobu pohybu, který začíná z klidu, vydává vlivem tření o vzduch zvuk, který se šíří rychlostí  $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Jaká je maximální možná rychlost dopadu, aby ti, na které bomba dopadne, ji ještě za živa slyšeli?

*Lukáš sledoval kačenky na rybníce.*

Ze zadání víme, že bomba padá volným pádem, tj. bez tření o vzduch, i když právě tímto nulovým třením zvuk vydává, což doufáme, že vás nevyvedlo moc z míry a že jste se s plnou vervou vrhli do řešení.

Protože bomba padá volným pádem, můžeme pro polohu zdroje zvuku psát

$$y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2,$$

kde  $H$  je počáteční výška bomby,  $g$  je tíhové zrychlení a  $t$  je čas od začátku pádu. Nyní určíme čas  $T$ , ve kterém doputuje na zem zvuk vydaný v čase  $t$ . Ten musí překonat vzdálenost  $y(t)$  určenou dle vztahu výše, tj. pro čas  $T$  platí

$$T(t) = t + \frac{y(t)}{c}.$$

Nyní si ukážeme malý trik, který se ve fyzice velmi často používá, protože zjednodušuje zápis. Položíme  $c = 1$ , což vypadá divně, protože rychlost zvuku není bezrozměrná. Ale nejde o problém, protože dostaneme-li obecný výsledek, tak není problém do něj dopsat na správná místa násobky  $c$  a to tak, abychom sčítali vždy veličiny stejného rozměru. Jiné vysvětlení je, že dále nebudeme vzdálenosti měřit v metrech, ale v sekundách, kde převodní konstanta bude právě rychlost zvuku  $c$ .

Proto můžeme psát

$$T(t) = H + t - \frac{1}{2}gt^2.$$

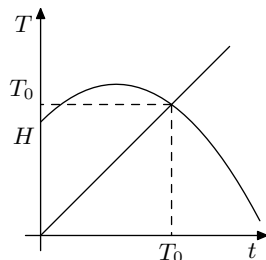
Dále víme, že bomba dopadne v čase  $T_0$ , pro který platí

$$T_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Abyste si, na které bomba dopadne, slyšeli ještě za živa, musí existovat čas  $t_0 \in (0, T_0)$  určující okamžik vydání zvuku takový, aby  $T(t_0) < T_0$ .

Nakreslíme si proto graf 1 závislosti  $T$  na  $t$ , tedy závislost doby slyšení signálu na době vyslání signálu, a také do tohoto grafu zaneseme přímkou  $T = t$ . Je zřejmé, že na průsečíku  $T = T(t)$  a  $T = t$  dojde k dopadu bomby na zem, protože vzdálenost zdroje od pozorovatele  $\Delta = c(T - t)$  je nulová.

Nyní se podíváme, co značí přímkou  $T = \text{konst}$ , resp. její průsečíky s  $T(t)$ . Vlastně se tímto ptáme: V jakém okamžiku byl vydán zvuk, který nyní slyšíme? Samozřejmě pro tuto interpretaci se musíme omezit na  $t < T$ , protože ty ostatní zvukové vlny nebyly ještě v daný moment vydány. Jak tohoto využít při řešení úlohy? Jednoduše. Pokud bude existovat průsečík paraboly s přímkou  $T = \text{konst}$  takový, aby  $t \in (0, T)$ , tak bombu uslyšíme. Z obrázku 1 je vidět, že



pro časy  $T \in \langle H, T_0 \rangle$  existuje čas  $t$  vydání zvuku, a proto v těchto časech bude bomba slyšet. Dále je též vidět, že aby byly budoucí oběti varovány, musí platit

$$H < T(T_0),$$

do čehož můžeme dosadit ze vztahů výše a dostáváme

$$H < H + T_0 - \frac{1}{2}gT_0^2 = H + T_0 - H.$$

Nyní se již opět odvrátíme od označení  $c = 1$  a nerovnici výše přepíšeme

$$H < cT_0 = c\sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Nyní uvážíme, že pro rychlost dopadu platí  $v_D = \sqrt{2Hg}$ , a jednoduchými úpravami dostáváme

$$v_D < 2c,$$

což je velmi zajímavý výsledek, protože bombu můžeme slyšet před dopadem, i když dopadá nadzvukovou rychlostí.

#### *Komentář k došlým řešením*

Skoro všichni, kteří poslali řešení, měli správný výsledek. Bohužel nemálo z vás neargumentovalo, že  $2c$  je maximální možná rychlost „slyšitelného“ dopadu, resp. že první zvuková vlna dorazí na zem nejdříve. Za toto opomenutí jsme strhávali jeden bod. Pokud jste měli řešení správně a pokusili jste se pěkně odhadnout další úskalí této úlohy, a to hlavně odpor vzduchu, odhadnutí frekvence vydávaného zvuku nebo jeho hlasitosti, dostali jste bonusový bod.

#### *Alternativní způsob řešení*

Stačilo dát do rovnosti dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu bomby a rovnoměrného pohybu zvuku vydaného na počátku pádu,

$$ct = \frac{v^2}{2g}, \quad v = gt \quad \Rightarrow \quad v = 2c,$$

a použít velmi pěkný argument z vašich řešení, proč zvuk vydaný na počátku dorazí na zem nejdříve: „Před dosažením rychlosti zvuku je rychlost bomby menší než rychlost zvuku, proto zvuková vlna vydaná v pozdějším čase dorazí na zem později. Po překročení rychlosti zvuku můžeme již vydávané zvukové vlny ignorovat, protože dorazí později než bomba.“

**Lukáš Ledvina**  
lukas1@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.