

## Úloha II.1 ... Twix

2 body; průměr 1,79; řešilo 119 studentů

Tyčinka Twix obsahuje 32% polevy. Jde o váleček průměru 10 mm. Neuvažujte polevu podstavy. Jak je poleva tlustá?

Bonus Uvažujte lepší model tyčinky.

Lukáše překvapil objem.

V úloze budeme počítat s objemovými procenty, ačkoliv údaj na obalu tyčinky bude spíše hmotnostní – výpočet by nebyl o moc složitější, jenom bychom museli znát (pravděpodobně změřit) hustotu použité čokolády, karamelu a sušenky.

Podle zadání má tyčinka poloměr  $r = 5$  mm. Uvažujme, že tyčinka má délku  $h$ , poloměr vnitřku (tedy toho, kde není poleva)  $r_i$  a poleva má tloušťku  $t$  (takže platí  $r = r_i + t$ ). Objem polevy se spočítá jako

$$V_p = h\pi(r^2 - r_i^2) = h\pi(r^2 - (r - t)^2),$$

objem celé tyčinky pak  $V_T = h\pi r^2$ . Mezi těmito objemy platí vztah  $V_p = PV_T$ , kde  $P = 0,32$  je poměr, který máme zadán.

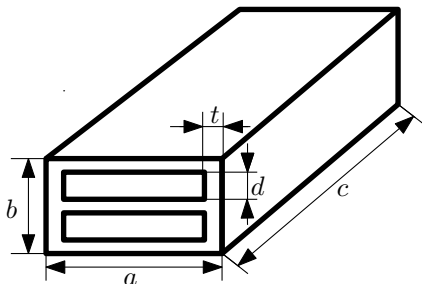
Dosadíme-li do tohoto vztahu objem polevy a tyčinky, dostaneme

$$r^2 - (r - t)^2 = Pr^2.$$

Odtud vyjádříme tloušťku polevy jako

$$t = (1 - \sqrt{1 - P})r = (1 - \sqrt{0,68})r \doteq 0,88 \text{ mm}.$$

Pro vyřešení bonusu je nejlepší koupit si tyčinku a podívat se, jak vypadá, abychom věděli, co máme vylepšit. Pozorujeme, že tyčinka připomíná spíš kvádr než válec. Rozkrojíme-li tyčinku postupně podél všech os, všimneme si, že poleva není jen na povrchu tyčinky, ale dělí tyčinku na dvě části – sušenku a karamel. Jako vylepšený model tedy zvolíme tvar, jež můžeme, i s průřezem (a označením) vidět na obrázku. Uvažujme, že tyčinka je politá čokoládou celá (tedy ze všech stran), že tloušťka polevy je všude stejná a že tloušťka sušenky je stejná jako tloušťka karamelu. Zaoblené rohy a vlnky na polevě uvažovat nebudeme.



Obr. 1: Tyčinka Twix.

Objem celé tyčinky je  $V_T = abc$ , objem polevy je  $V_p = abc - 2(a - 2t)(c - 2t)d$ , kde  $b = 2d + 3t$ . Mezi těmito objemy platí výše uvedený vztah, do kterého dosadíme, po úpravě dostaneme kvadratickou rovnici pro  $t$

$$-8dt^2 + (3ac + 4ad + 4cd - 3acP)t - 2acdP = 0.$$

Odtud můžeme spočítat  $t$  pomocí známého vzorečku pro kořeny kvadratické rovnice (vybereme správný kořen)

$$t = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A},$$

kde  $A = -8d$ ,  $B = 3ac + 4ad + 4cd - 3acP$ ,  $C = -2acdP$ .

Když si tyčinku (přibližně) přeměříme, zjistíme, že  $a = 17$  mm,  $c = 140$  mm,  $d = 5$  mm, a odtud můžeme spočítat tloušťku polevy jako  $t \doteq 0,96$  mm, což opravdové tyčince vcelku odpovídá, nicméně výsledek není příliš odlišný od jednoduchého modelu.

### *Komentáře k došlým řešením*

V řešeních se až příliš často objevovala ta známá chyba – platné číslice. Svůj výsledek byste měli uvádět na takový počet platných číslic, jako máte zadané údaje – rozhodně jich tam nechceme vidět deset! Dále si pořádně přečtete zadání, neplette si poloměr s průměrem (11 řešitelů!) a obsah s obvodem. Svoje řešení řádně komentujte, pište postup, označujte veličiny, ať je z toho vidět, jak jste k řešení došli – správné řešení bez vysvětleného postupu není za plný počet bodů a za špatné řešení bez postupu se těžko dávají body.

Z vylepšených modelů tyčinek se často objevovaly různé formy půlválce, někdy v kombinaci s dolní postavou hranatou. Zvlášť podrobné bylo řešení Anny Kufové.

*Domínika Kalasová*  
dominika@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.