

## Úloha III.E . . . viskozoidní

8 bodů; průměr 5,59; řešilo 41 studentů

Každá kapalina má svou specifickou viskozitu. Pokuste se doma vyrobit průtokový viskozimetr a změřit relativní viskozitu několika vhodných tekutin (alespoň tří) vůči vodě. Vaše výsledky porovnejte s údaji vyhledanými na internetu.

*Kiki při navažování v lékárně švalo, jak všechno teče jinak.*

## Teorie

Viskozita je veličina, která udává poměr mezi tečným napětím a gradientem rychlosti ve směru kolmém na rychlost při proudění kapalin. Ideální kapalina má viskozitu nulovou, reálné kapaliny mají však v důsledku působení sil mezi částicemi kapaliny nenulovou viskozitu. Tyto síly lze označit jako vnitřní tření, pokud má kapalina velké vnitřní tření, má i velkou viskozitu a poteče pomaleji.

Pro měření viskozity je třeba použít newtonovské kapaliny (zpravidla nízkomolekulární látky), u kterých je přímá úměra mezi rychlostí jejich deformace a napětím. Tyto kapaliny se řídí Newtonovým zákonem viskozity

$$\tau = \eta \frac{du}{dx},$$

kde  $\tau$  je tečné napětí,  $\eta$  je *dynamická* viskozita a  $du$  je vzájemná rychlost pohybu smykových rovin vzdálených o  $dx$ . Kromě dynamické viskozity pak ještě zavádíme *kinematickou* viskozitu  $\nu = \eta/\rho$ , kde  $\rho$  je hustota kapaliny.

Viskozita závisí na teplotě a se zvyšující se teplotou klesá, což má podklad v chování částic, které se při nižší teplotě více shlukují. Platí, že pro jednoduché měření viskozity je třeba, aby proudění kapaliny bylo laminární a ne turbulentní, neboť turbulence by byly dalším faktorem mimo viskozitu, který by proudění kapaliny brzdil, a rušily by tak určení viskozity. Zda je proudění laminární či turbulentní lze určit pomocí Reynoldsova čísla  $Re = (vd)/\nu$ , kde  $v$  je střední rychlost proudění kapaliny a  $d$  je průměr trubice. Za střední rychlost proudění lze přibližně považovat průměrnou rychlost kapaliny vztaženou k průřezu trubice  $S$ , průměrnou rychlost kapaliny vypočítáme jako podíl objemu kapaliny  $V$ , jehož průtok měříme, a průměrné doby průtoku  $T$ . Po úpravě dostáváme pro výpočet Reynoldsova čísla vztah

$$Re = \frac{4V}{\pi d T \nu}.$$

Přibližná číselná hodnota  $Re$  pro každou kapalinu je uvedena u výsledků v tabulce 2. Pokud je hodnota Reynoldsova čísla do dvou tisíc, proudění je laminární.

Stanovení viskozity pomocí průtokových viskozimetrů je založeno na měření doby průtoku  $T$ . Pro objemový tok  $\Phi$  při laminárním proudění kapaliny v trubici o kruhovém průřezu  $S$  a poloměrem  $r$  a délce  $l$  můžeme psát<sup>1</sup>

$$\Phi = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta l},$$

kde  $\Delta p$  je rozdíl tlaků na začátku a na konci trubice. V našem případě uvažujeme svislou trubici, na kterou je shora připojen zásobník s kapalinou a z jejíhož dolního konce kapalina volně vytéká (zásobník je otevřený, takže na hladinu vody v něm působí atmosferický tlak). Je

<sup>1</sup>Jedná se o *Poiseuilleův zákon*, jehož odvození z Newtonova zákona ponecháváme čtenáři jako instruktivní cvičení.

tedy zřejmé, že  $\Delta p = \rho gl + p$ , kde  $p$  je hydrostatický tlak u dna zásobníku (takže  $p \equiv p(h)$ , kde  $h$  výška hladiny kapaliny v zásobníku nad nějakou pevnou referenční hladinou, a  $p$  je rovněž přímo úměrný  $\rho$ , neboli  $p(h) = \rho\Pi(h)$  pro nějakou funkci  $\Pi(h)$ , přičemž  $\Pi(h)$  závisí pouze na geometrii experimentu a ne na použité kapalině).

Označme nyní  $S(h)$  vodorovný průřez zásobníku ve výšce  $h$ . Potom podle rovnice kontinuity musí platit  $S(h)\dot{h} = -\Phi(h)$ , což je diferenciální rovnice pro  $h$ . Měříme-li čas  $T$  pro všechny kapaliny mezi dvěma pevnými hladinami  $h_1$  a  $h_2$  v zásobníku, dostáváme přímou integrací vztah

$$T = - \int_{h_1}^{h_2} \frac{S(h)}{\Phi(h)} dh = - \frac{8\eta l}{\pi\rho r^4} \int_{h_1}^{h_2} \frac{S(h)}{gl + \Pi(h)} dh = K\nu,$$

kde  $K$  je konstanta pro náš měřicí aparát a nezávisí na volbě kapaliny. Dostáváme tedy důležitý výsledek: *doba průtoku  $T$  kapaliny viskozimetrem je přímo úměrná její kinematické viskozitě*. Změříme-li doby průtoků pro různé kapaliny, dokážeme pak jednoduše spočítat poměry jejich kinematických viskozit. Známe-li pak přesně kinematickou viskozitu jedné z kapalin, můžeme z těchto poměrů dopočítat kinematické viskozity všech ostatních.

### *Pomůcky – výroba průtokového viskozimetru*

Pro výrobu viskozimetru byla využita tenká plastová trubička s vnitřním průměrem  $d = 1$  mm. Trubička byla kouskem zasunuta do vršku od PET láhve (s vyvrtanou dírkou na ni) a oblepena, aby se ve vršku neposunovala a neprosakovala kolem ní kapalina. Jako zásobník kapaliny byla použita seříznutá PET láhev, na které byly tenkým fixem udělány rysky pro vymezení objemu kapaliny, jehož doba průtoku bude měřena. Tento vymezený objem byl zhruba 400 ml, tedy dostatečné množství, aby výsledky měření výrazně neovlivnily nepřesnosti při měření času průtoku s použitím stopek.

### *Měření*

Doba průtoku byla měřena u vody, 20 % roztoku sacharózy, nízkotučného mléka, technického lihu a technického benzínu. Všechny kapaliny se nechaly nějaký čas temperovat na pokojovou teplotu. Samotné měření probíhalo takovým způsobem, že kapalina byla nalita shora do připraveného viskozimetru tak, aby její hladina dosahovala několika centimetrů nad horní rysku a nechala se protékat. V okamžiku, kdy hladina dosáhla horní rysky, byly spuštěny stopky a zastaveny byly ve chvíli, kdy hladina dosáhla spodní rysky. Kapalina byla zachytávána v nádobě pod viskozimetrem, aby bylo možné s ní měření provést celkem desetkrát. Před měřením každé další kapaliny byly jak viskozimetr, tak ostatní pomocné nádoby vždy umyty a vysušeny.

### *Výsledky*

Výsledky získané měřením jsou časy průtoku jednotlivých kapalin, tyto časy byly statisticky zpracovány pomocí Studentova intervalu spolehlivosti na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$ , výsledky jsou uvedené v tabulce 1.

Cílem úlohy je stanovit relativní viskozitu ostatních kapalin vůči vodě, čehož docílíme, pokud podělíme výsledný čas průtoku kapaliny časem průtoku vody. Víme-li, že kinematická viskozita vody při 18 °C činí  $1,06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , můžeme za pomoci získané relativní viskozity odhadnout kinematické viskozity ostatních kapalin. Tabulka 2 uvádí relativní kinematickou viskozitu kapalin vůči vodě, odhad kinematické viskozity (relativní kinematická viskozita vynásobená

Tabulka 1: Naměřené časy průtoku jednotlivých kapalin a průměrný čas průtoku.

$\frac{T_{\text{voda}}}{\text{s}}$	$\frac{T_{\text{sacharóza}}}{\text{s}}$	$\frac{T_{\text{mléko}}}{\text{s}}$	$\frac{T_{\text{benzín}}}{\text{s}}$	$\frac{T_{\text{líh}}}{\text{s}}$
312,06	395,81	421,85	305,07	309,08
301,67	407,72	429,06	314,79	315,34
310,91	404,67	429,73	310,26	321,94
307,39	397,62	425,80	303,94	312,87
304,99	402,50	422,84	299,51	317,63
309,23	396,25	427,49	304,36	311,58
310,72	399,13	426,87	311,27	317,27
308,14	401,59	430,15	313,48	320,04
307,58	406,74	424,88	302,02	316,76
313,42	402,45	425,92	305,44	313,83
$308,6 \pm 2,5$	$401,5 \pm 3,0$	$426,5 \pm 2,0$	$307,0 \pm 3,6$	$315,6 \pm 2,8$

Tabulka 2: Určení relativní kinematické viskozity vůči vodě a přibližné kinematické viskozity.

V předposledním sloupci je kinematická viskozita látek (v čistém stavu) podle údajů z internetu. Poslední sloupec obsahuje přibližnou hodnotu Reynoldsova čísla.

látka	$\frac{\nu}{\nu_{\text{voda}}}$	$\frac{\nu \cdot 10^6}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$	$\frac{\nu_{\text{tab}} \cdot 10^6}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$	Re
voda	1	$1,06 \pm 0,00$	1,06	160
sacharóza	$1,30 \pm 0,09$	$1,38 \pm 0,10$		90
mléko	$1,38 \pm 0,05$	$1,46 \pm 0,05$		80
líh	$1,02 \pm 0,08$	$1,08 \pm 0,09$	1,07	160
benzín	$0,99 \pm 0,10$	$1,04 \pm 0,11$	0,77	150

kinematickou viskozitou vody) a kinematickou viskozitu uvedenou pro jednotlivé kapaliny na internetu.<sup>2</sup> Zde je však nutné mít na zřeteli, že technický líh nemá stejné chemické složení jako čistý líh, pro který byla viskozita uvedena, to samé platí o technickém benzínu. Jedná se tedy spíš o údaj pro porovnání, jakou kinematickou viskozitu má daná kapalina, pokud je v chemicky čistém stavu. Mimo to je v posledním sloupci tabulky uvedeno již zmíněné Reynoldsovo číslo pro každou kapalinu, aby bylo ověřeno, že proudění bylo laminární.

### Diskuze

I přesto, že se jedná o domácí vyrobený viskozimetr, měření poskytla poměrně dobré výsledky. Díky dostatečně tenké trubičce je proudění laminární tak, jak potřebujeme, což je vidět z vypočítaných hodnot Reynoldsova čísla pro všechny kapaliny (žádná hodnota nepřesahuje 2000). Proto je možné použít jednoduchý model určení viskozity z doby průtoků bez dalších komplikací. Ukázalo se, že je názornější na takto domácí vyrobeném viskozimetru měřit látky *od pohledu* viskóznější než voda, protože například naměřená doba průtoku technického benzínu

<sup>2</sup><http://cs.wikipedia.org/wiki/Viskozita>

byla vodě tak blízká, že jejich relativní kinematická viskozita se lišila jen minimálně, takže by nebylo možné od sebe s velkou přesností tyto dvě kapaliny rozlišit pomocí měření viskozity s naší technikou (pomineme-li nepřehlédnutelný zápach technického benzínu).

### Závěr

Podařilo se určit relativní kinematické viskozity vůči vodě u různých kapalin. Viskozita u mléka se ukázala být zhruba 1,4krát vyšší než viskozita vody, viskozita roztoku sacharózy byla 1,3krát vyšší a viskozity technického benzínu a lihu se viskozitě vody hodně blížily, technický líh měl viskozitu o málo větší a technický benzín téměř zanedbatelně menší. Bohužel získané výsledky nelze dobře porovnávat s údaji na internetu, neboť použité kapaliny byly směsi a nešlo je přesně chemicky definovat. Přesto lze experiment považovat za poměrně zdařilý a vzhledem k použitému vybavení vlastní výroby i za poměrně přesný (při opakování měření se jednotlivé časy průtoku dané kapaliny lišily minimálně).

Nakonec lze pro odlehčení doporučit stránku o více než 85 let probíhajícím experimentu, který s problematikou naší úlohy souvisí:<sup>3</sup>

*Kristína Nešporová*  
kiki@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

---

<sup>3</sup><http://smp.uq.edu.au/content/pitch-drop-experiment>