

## Úloha VI.2 ... dýchej zhluboka

2 body; (chybí statistiky)

Mág Šedomil oslavil sté narozeniny již před drahnou dobou a začíná se pomalu obávat, že ho Smrt počítá svou dlouhou odkládanou návštěvou. Rozhodne se proto, že se nechá zatlouct do kouzelné truhly, kam se k němu Smrt nedostane. Bohužel zapomněl řemeslníkům říci, aby přidali dýchací otvory. Vzduch v truhle zaujímá objem  $V_0 = 400\text{l}$ , objemový zlomek kyslíku je  $\varphi_0 = 0,21$ . Při každém nádechu a výdechu se zužitkuje pouze  $k = 20\%$  objemových kyslíku v dechovém objemu  $V_d = 0,5\text{l}$ . Dechová frekvence mága po uzavření truhly postupně roste podle vztahu  $f(t) = f_0\varphi_0/\varphi(t)$ , kde  $f_0 = 15\text{ dech}\cdot\text{min}^{-1}$  je počáteční dechová frekvence a  $\varphi(t)$  objemový zlomek kyslíku v čase  $t$ . Určete, za jak dlouho si pro Šedomila přijde Smrt, jestliže minimální obsah kyslíku ve vzduchu potřebný pro přežití je  $\varphi_s = 0,06$ .

*DARK IN HERE, ISN'T IT? (Aneb Mirek a jeho kamarád Smrt.)*

Najprv si rozmyslíme, že pri dýchaní sa typicky vymieňa jedna molekula vzdušného  $\text{O}_2$  za jednu molekulu  $\text{CO}_2$  (vodnú paru zanedbáme) a všetko prebieha pri konštantnej teplote. Podľa stavovej rovnice ideálneho plynu sa vtedy nemení tlak a látkové množstvo plynu bude vždy priamo úmerné jeho objemu, stačí nám teda počítat s objemami namiesto látkových množstiev.

Pri jednom nádychu sa do mágových pľúc dostane kyslík s objemom  $V_{k,d} = \varphi V_d$ ; objem spotrebovaného kyslíku pri jednom nádychu a výdychu je  $kV_{k,d}$ .

Zoberme si teraz časový interval  $[t, t + \Delta t]$  – čas  $\Delta t$  by mal byť dostatočne krátky na to, aby sa počas neho príliš nemenil objemový zlomek kyslíku. Za ten čas sa mág nadýchne  $f(t)\Delta t$ -krát a pri tom spotrebuje kyslík o objeme

$$\Delta V_k = f(t)\Delta tkV_{k,d} = f_0 \frac{\varphi_0}{\varphi(t)} \Delta tk\varphi(t)V_d = (f_0\varphi_0kV_d)\Delta t.$$

Všimnime si, že aj keď sa frekvencia dýchania s časom mení (alebo skôr vďaka tomu ako sa mení),  $\Delta V_k$  je priamo úmerné  $\Delta t$ , objem kyslíku v truhle teda klesá lineárne s časom:

$$V_k = V_{k,0} - f_0\varphi_0kV_d t = \varphi_0 V_0 - f_0\varphi_0kV_d t,$$

kde sme vyjadrili objem kyslíku na začiatku  $V_{k,0}$  pomocou objemového zlomku ako  $V_{k,0} = \varphi_0 V_0$ .

Hľadáme čas  $t_s$ , kedy  $V_k$  klesne na hodnotu  $\varphi_s V_0$ . Ten už vyjadríme ľahko:

$$t_s = \frac{V_0(\varphi_0 - \varphi_s)}{V_d\varphi_0fk} \doteq 190\text{ min}.$$

**Jakub Šafin**  
xellos@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.