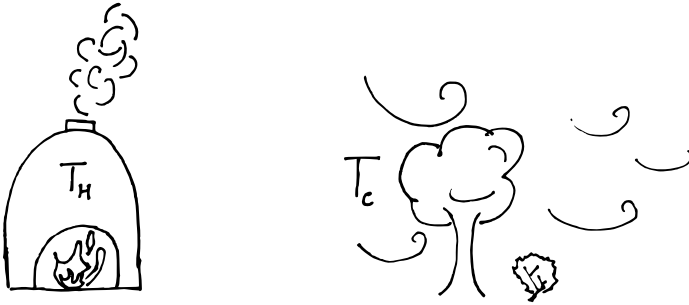


Seriál: Tepelné stroje

Predstavte si, že staviate napríklad parnú lokomotívu. V nej máte kotol s nejakou vysokou teplotou T_H , okolo je zase chladný vzduch s teplotou T_C . Ak prepojíte kotol a okolie, tak bude tiecť teplo a vy sa snažíte čo najviac tohto toku využiť na konanie práce – každé odobraté teplo z kotla totiž získavate pálením uhlia. Zo zákona zachovania energie vieme, že ak odoberieme z kotla teplo Q a vykonáme prácu W , tak do okolia potom pošleme zvyšok, $Q - W$.



Obr. 1: Kotol a okolie.

Prirodzená otázka je: „Aké je maximálne W pri danom Q ?“. Určite nemôže byť $W = Q$; to by sme odobrali teplo a premenili ho všetko na prácu (to je perpetuum mobile druhého druhu). Nejakú prácu ale získať určite môžeme; stačí napríklad dať vrtulku do prívianu spôsobeného rozdielom teplôt.

Urobme zopár zjednodušujúcich predpokladov. Považujme kotol aj okolie za rezervoáre: to znamená, že ich teplota sa nemení pri odoberaní tepla. Tiež si povedzme, že mechanizmus – stroj, ktorý sa snaží premeniť tok tepla na prácu, sa po odovzdaní získanej práce a prebytočného tepla vráti do pôvodného stavu, teda v ňom neostane žiadna zvyšková energia.

Počítajme teraz celkovú zmenu entropie sústavy kotol + stroj + okolie. Kotol príde o teplo Q pri teplote T_H , okolie prijme teplo $Q - W$ pri teplote T_C . So strojom sa niečo medzi tým deje, no na konci je v rovnakom stave, takže jeho entropia sa nemení. Celková zmena entropie je súčet ¹

$$\Delta S_{\text{tot}} = -\frac{Q}{T_H} + \frac{Q - W}{T_C},$$

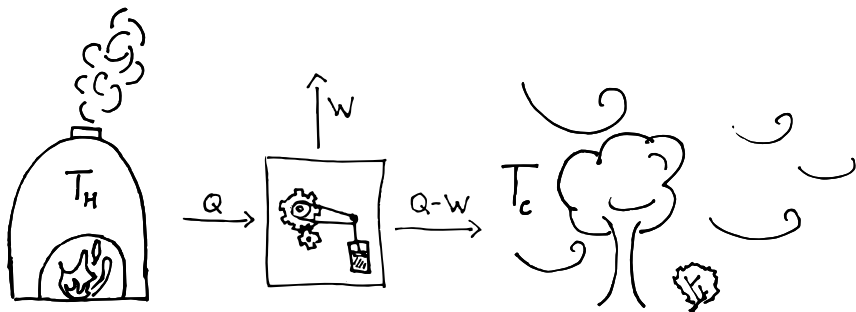
a keďže je táto sústava izolovaná, celková zmena entropie musí byť kladná

$$\Delta S_{\text{tot}} \geq 0.$$

Z tejto nerovnosti vyjadríme prácu W a dostaneme

$$W \leq Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right).$$

¹Nemali by sme zabudnúť ani na systém, ktorý nakoniec odoberie získanú prácu: ten je totiž v kontakte so strojom. Žiadne teplo do neho ale netečie a predpokladáme, že si sám entropiu nevyrobí.



Obr. 2: Extrakcia práce strojom.

Druhý termodynamický zákon nám teda dáva ohraničenie na maximálnu prácu, akú môžeme extrahovať z takéhoto procesu! Práca bude najväčšia, ak nastane rovnosť, čo zodpovedá vratnému procesu.

Tento výsledok je príklad *zákona o maximálnej práci*, ktorý hovorí, že za istých predpokladov je extrahovaná práca maximálna pre vratné procesy a táto práca je rovnaká pre všetky vratné procesy (spájajúce dva rovnaké stavy).

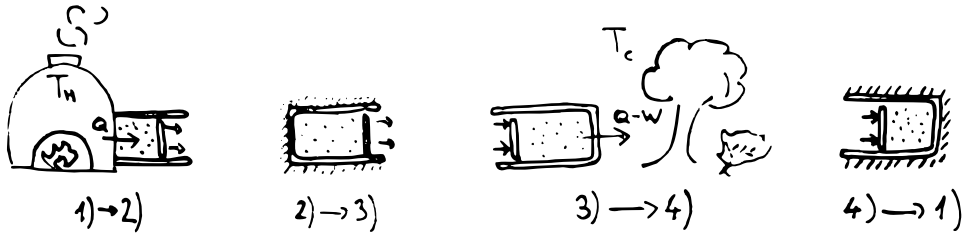
Carnotov cyklus

Zatiaľ sme sa vôbec nerozprávali o tom, ako postaviť tento stroj. Jeden zo spôsobov je využiť ideálny plyn na prenášanie tepla. Vieme, že s použitím len dvoch rezervoárov môžu byť vratné len izotermické a adiabatické procesy. Ako s pomocou týchto procesov získať prácu vymyslel už Carnot:

Vezmeme piasť s ideálnym plynom. Postupne vykonáme štyri procesy spájajúce štyri rôzne stavy, ktoré označíme 1, 2, 3 a 4.

- 1) → 2) Začneme s plynom na vyššej teplote T_H – toto je stav 1. Počas prvého procesu ho dáme do kontaktu s kotlom a necháme ho izotermicky sa rozpínať. Čím väčší bude finálny objem, tým viac tepla odoberieme a tým viac práce vykonáme.
- 2) → 3) Máme teraz plyn v stave 2 na vyššej teplote. Aby sme ho ochladili, izolujeme ho a necháme ho adiabaticky sa rozpínať, až kým nenadobudne teplotu okolia T_C .
- 3) → 4) Na nižšej teplote plyn budeme izotermicky stláčať, prebytočné teplo bude unikať do okolia. Zastavíme sa na takom objeme, aby sme sa potom v poslednom procese vrátili späť do pôvodného stavu.
- 4) → 1) Tu pokračujeme v stláčaní, ale v úplnej izolácii, teda adiabaticky. Stláčame, čím plyn zohrievame, až do teploty T_H . V predchádzajúcom kroku sme plyn stlačili tak, že aj objem a tlak sa teraz vrátili do pôvodného stavu, a sme opäť v stave 1.

Vidíme, prečo sa Carnotov cyklus volá cyklus: plyn sa nakoniec vrátil do pôvodného stavu a celý proces môžeme opakovať. Všimnite si, že práca sa koná vo všetkých štyroch krokoch: v prvých dvoch ju získavame z plynu, v druhých dvoch zase konáme prácu na plyn. Práca pri dvoch adiabatických dejoch sa ale vyrušia. Pri adiabatickom deji je totiž nulové teplo Q , takže práca je rovná zmene vnútornej energie. Oba procesy idú medzi rovnakými koncovými



Obr. 3: Carnotov cyklus

teplotami, ale opačnými smermi. Pre ideálny plyn závisí energia len od teploty, a teda zmeny vnútornej energie sú v oboch prípadoch presne opačné, z čoho nakoniec vyplýva, že aj práce sú opačné.

Môžeme teda povedať, že skutočná práca sa koná pri izotermických procesoch. Aká je celková získaná práca? Ide o vratný dej, takže by sme mali získať prácu $W = Q(1 - T_C/T_H)$. To ale vieme aj sami overiť, vy si to môžete dopočítavať ako jednu zo seriálových úloh.

Jedinečnosť Carnotovho cyklu

Vďaka takejto priamej konštrukcii vieme, že rovnosť v nerovnici

$$W \leq Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right),$$

vieme dosiahnuť. Vieme tiež, že Carnotov cyklus dosahuje najvyššiu možnú získanú prácu pri danom teple.

Cyklický tepelný stroj s dvoma rezervoármi, odoberajúci teplo Q z toho teplejšieho, dodá prácu maximálne

$$W = Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right).$$

My sme to dokázali s pomocou úvahy o entropii, no existuje aj iný, tiež zaujímavý dôkaz. Predstavme si, že máme stroj, ktorý odporuje tomuto tvrdeniu, teda je cyklický (vracia sa do pôvodného stavu), berie teplo Q no dáva prácu W' väčšiu než Carnotov cyklus. Vezmime si Carnotov stroj a otočme ho: on teraz vezme z chladnejšieho rezervoáru teplo $Q - W$, vezme aj prácu W a do teplejšieho vráti teplo Q . Ak pustíme oba stroje po sebe, celkový výsledok je: teplejší rezervoár má stále rovnako veľa tepla, získali sme prácu $W' - W$ a z chladnejšieho rezervoáru sme odobrali teplo

$$Q - W - (Q - W') = W' - W.$$

Celkový efekt teda je, že sme odobrili teplo a vykonali ekvivalentnú prácu, čo je perpetuum mobile druhého druhu. Stroj účinnejší ako Carnotov stroj teda nemôže existovať.

Pri tomto dôkaze sme použili otočený Carnotov stroj, takzvanú *Carnotovu chladničku*. To sme mohli urobiť vďaka tomu, že Carnotov cyklus je vratný. Hocijaký iný vratný cyklus vieme tiež otočiť. Ak by takýto vratný cyklus bral teplo Q a dával energiu W'' menšiu ako W , po

otočení by z neho bola chladnička účinnejšia ako tá Carnotova! Brala by totiž teplo $Q - W''$ a potrebovala by len energiu $W''' < W$. Spojením takejto chladničky a Carnotovho stroja by sme dostali opäť perpetuum mobile druhého druhu. Dostávame teda druhé tvrdenie pre vratné cyklické deje.

Vratný cyklický tepelný stroj s dvoma rezervoármi, odoberajúci teplo Q z toho teplejšieho, dodá prácu práve

$$W = Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H} \right),$$

teda je rovnako účinný ako Carnotov stroj.

Tepelné stroje

Pozrime sa na záver na rôzne tepelné stroje. U nich môžeme definovať účinnosť v závislosti na ich funkcii. Tri kategórie tepelných strojov sú motory, chladničky a tepelné čerpadlá.

Motory

Motory vezmú teplo Q z teplejšieho rezervoáru, vykonajú prácu W a zvyšok vrátia do chladnejšieho rezervoáru. Pre motory definujeme účinnosť ako podiel získanej práce a dodaného tepla (práve za to platíme, keď prikladáme palivo)

$$\eta_e = \frac{W}{Q}.$$

Treba si dať pozor: v čitateli je celkový súčet práce, teda získanej mínus použitej, no v menovateli je len odovzdané teplo. V niektorých prípadoch treba pozorne určiť, ktoré teplo to je, jednoduchý príklad takejto záludnosti je v seriálovej úlohe.

My už vieme, že maximálnu účinnosť dosahujú vratné motory. Táto účinnosť je rovná

$$\eta_{e,\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H}.$$

Pri veľmi podobných teplotách kotla a okolia je účinnosť veľmi malá, preto je žiaduce čo najviac rozhorúčiť kotel. Vždy sa ale pohybujeme len medzi hodnotami 0 a 1.

Chladničky

Chladničky sa používajú opačne: vezmú energiu W zo zdroja a teplo Q_C z chladnejšieho rezervoáru a do teplejšieho rezervoáru vypustia teplo $Q_C + W$. Účinnosť sa ale definuje inak: užitočné je pre nás teplo Q_C , platíme za prácu W , účinnosť je teda

$$\eta_r = \frac{Q_C}{W}.$$

Maximálna účinnosť je opäť pre Carnotovu chladničku:

$$\eta_{r,\max} = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q - W}{W} = \frac{Q}{W} - 1 = \frac{1}{\eta_{e,\max}} - 1 = \frac{T_C}{T_H - T_C}.$$

Tu je to už zaujímavejšie, povolené hodnoty účinnosti sú medzi 0 a ∞ . Tie vysoké účinnosti dosiahneme ak je teplý a studený rezervoár podobnej teploty, vtedy treba málo energie na presúvanie tepla medzi nimi. Medzi rezervoármi rovnakej teploty dokonca teplo tečie samo.

Hovoríme o rezervoároch, hoci chladíme ten chladnejší. Myslíme to tak, že počas jedného cyklu stroja sa teploty menia zanedbateľne, takže môžeme použiť vzťah $\Delta S = Q/T$. Ak potom postupne meníme teplotu napríklad chladnejšieho rezervoáru, bude sa meniť aj účinnosť.

Tepelné čerpadlá

Nakoniec, tepelné čerpadlá sa používajú napríklad na vykurovanie. Fungujú rovnako ako chladničky, len akoby vnútro chladničky pozerá von z domu a horúca časť chladničky vykuruje dom. Čerpadlo teda z chladnejšieho rezervoáru vezme teplo Q_C a spotrebuje prácu W aby vykúrilo dom teplom $Q_C + W$. Účinnosť sa definuje opäť ako pomer užitočné ku drahému, teda

$$\eta_p = \frac{Q_C + W}{W}.$$

Najlepšie čerpadlo je opäť napríklad to Carnotovo, ktorého účinnosť odvodíme z účinnosti chladničky

$$\eta_{p,\max} = \frac{Q_C + W}{W} = \frac{Q_C}{W} + 1 = \eta_{r,\max} + 1 = \frac{T_H}{T_H - T_C}.$$

Pri rovnakých teplotách ani nepotrebujeme tepelné čerpadlo, teplo pôjde v podstate samo, ale aj pri nulovej teplote chladnejšieho čerpadla budeme vykurovať aspoň tou energiou, ktorú do čerpadla dáme. Preto sa účinnosť čerpadla hýbe medzi 1 a ∞ .

V praxi sa ako chladnejší rezervoár používa zem alebo ešte lepšie geotermálny prameň, ktoré sú hlavne v zime teplejšie ako okolitý vzduch. Treba si tiež uvedomiť, že ak by sme našli vrt s vyššou teplotou vyššou než cieľová teplota domu, nepotrebujeme čerpadlo: stačí teplú vodu z vrtu nahnať do radiátorov.

Všimnite si, že tepelné stroje nám dávajú teoreticky možnosť merať teplotu bez toho, aby sme sa spoliehali na ideálnosť plynu. Stačí totiž zmerať čisto mechanicky merateľné veličiny: teplo a prácu, aby sme mohli povedať niečo o pomere teplôt dvoch rezervoárov. Tým vieme určiť teplotu až na multiplikatívnu konštantu. Tú si môžeme zvoliť ľubovoľne. My si ju volíme tak, aby sme dostali teplotu v Kelvinoch.

To je na tento diel všetko, nabudúce sa pozrieme na podmienky rovnováhy a ich súvis s maximálnou entropiou či minimálnou energiou. To nás dovedie až ku ďalším *termodynamickým potenciálom* ako entalpia a Gibbsova voľná energia.

Fyzikálny korespondenčný seminár je organizovaný studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.