

Úloha III.4 ... radar zadarmo

7 bodů; průměr 4,44; řešilo 52 studentů

Na všechny patníky podél silnice umístíme kontrolní červené tabulky (vlnová délka červené barvy je $\lambda_c = 630 \text{ nm}$). Jakmile řidič vidí na patníku před ním tabulku modrou (vlnová délka modré barvy je $\lambda_m = 450 \text{ nm}$), ví, že jede příliš rychle. Jaká je tato mezní rychlost? Jakou má běžné osobní auto při této rychlosti hybnost a kinetickou energii?

Kuba našel na internetu futuristickou fotku.

Jev, který řidič pozoruje, se jmenuje Dopplerův jev. Jedná se o změnu frekvence zdroje vlnění, kterou zaznamená pozorovatel, pokud se vůči zdroji pohybuje. Tento jev lze dobře pozorovat, když se k vám blíží houkající sanitka: frekvence sirény nejdřív roste, a jakmile vás sanitka mine, tak začne klesat. V našem případě se jedná o světlo, tedy vlnění elektromagnetické. V případě tak silného dopplerovského efektu, že se mění barva světla, se auto hýbe rychlostí řádově srovnatelnou s rychlostí světla $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. V takovém případě se začnou projevovat efekty speciální teorie relativity, kdy čas běží pro vzájemně se pohybující pozorovatele různou rychlostí (tomu se říká dilatace času) a vzdálenosti mají různou délku (tomu se říká kontrakce délek). Podle vzorce pro relativistický Dopplerův jev platí pro vztah pozorované vlnové délky λ_m a vlnové délky zdroje λ_c v případě, kdy se pozorovatel přibližuje ke zdroji, vztah¹

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_m} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}},$$

kde v je rychlost řidiče. Odtud můžeme vyjádřit a vyčíst řidičovu rychlost jako

$$v = \frac{\lambda_c^2 - \lambda_m^2}{\lambda_c^2 + \lambda_m^2} c \doteq 0,32c \doteq 9,7 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Nyní spočítáme hybnost p , kam dosadíme relativisticky korigovanou hmotnost (řekněme, že klidová hmotnost auta je $m_0 = 1500 \text{ kg}$):

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \doteq 1,5 \cdot 10^{11} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Při určování kinetické energie vyjdeme z toho, že celková energie tělesa mc^2 se rovná součtu klidové energie tělesa $E_0 = m_0c^2$ a jeho kinetické energie E_k . Kinetickou energii odtud určíme takto:

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) m_0c^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \doteq$$

Když řidič vidí modrou tabulku místo červené, jede rychlostí $9,7 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, auto má hybnost asi $1,5 \cdot 10^{11} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ a kinetickou energii $7,7 \cdot 10^{18} \text{ J}$.

Dominika Kalasová
dominika@fykos.cz

Jakub Dolejší
krasnykuba@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹ Pro signál šířící se přesně rychlostí c , tedy v prostředí o indexu lomu $n = 1$, což vzduch přibližně splňuje.