

## Úloha VI.1 ... asi se urazila

3 body; (chybí statistiky)

Máme dva hmotné body o stejných hmotnostech  $m$  ve vzdálenosti  $d$  od sebe volně v prostoru bez žádných vnějších gravitačních sil. Jakou minimální rychlost ve směru spojnice obou bodů musíme udělit jednomu hmotnému bodu, aby se od sebe stále vzdalovaly?

*Matěj si hrál s vesmírem.*

Úlohu nelze řešit tak, že zafixujeme jeden bod a druhému udělíme únikovou rychlost z gravitačního pole prvního bodu. Problém je v tom, že „zafixovaný“ hmotný bod se začne pohybovat směrem za vzdalujícím se, s čímž ale vzorec pro únikovou rychlost nepočítá.

Potenciální energie jednoho hmotného bodu v poli druhého bodu je<sup>1</sup>

$$E_p = -\frac{Gm^2}{d},$$

což je tedy počáteční energie soustavy. Pokud bychom nyní každému bodu udělili rychlost  $u$  směrem od druhého bodu, každý z nich by získal kinetickou energii  $E_k = \frac{1}{2}mu^2$ . Pro celkovou energii systému by potom platilo

$$E = E_p + 2E_k = -\frac{Gm^2}{d} + mu^2.$$

Pokud bychom zvolili jednu určitou hodnotu  $u$ , body by se začaly postupně vzdalovat až do nekonečna, čili jejich vzájemná potenciální energie by se blížila k nule. Zároveň by jejich rychlost, a tedy i jejich kinetická energie, klesala k nule. Díky pohybu do nekonečna je splněn požadavek na neustálé vzdalování se, díky poklesu rychlostí až k nule je zároveň splněn požadavek minimální udělené rychlosti.

Celková energie se musí zachovávat. Jestliže mají body v nekonečnu dohromady nulovou energii, musely ji mít i na počátku, tedy po urychlení na rychlost  $u$ . Dostáváme tak

$$E = 0,$$

$$u = \sqrt{\frac{Gm}{d}}.$$

Nyní si jen stačí uvědomit, že udělit každému bodu rychlost  $u$  je stejné, jako udělit jednomu bodu rychlost  $v = 2u$ . Hledaná minimální rychlost, kterou musíme jednomu bodu udělit, aby se od sebe body navždy vzdalovaly, je

$$v = 2\sqrt{\frac{Gm}{d}}.$$

*Matěj Mezera*

m.mezera@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

<sup>1</sup>Nulovou hladinu potenciální energie volíme v nekonečnu.