

Úloha IV.S ... lagrangeovská

10 bodů; (chybí statistiky)

V závěre seriálu ste si určite všimli Lagrangian a diferenciálnu rovnicu, ktoré akoby „spadli z neba“. To nie je vôbec náhoda, veľkou časťou tejto seriálovej úlohy bude tieto dve rovnice odvodiť.

1. Ukážte, že ak máme pohyb častice v ľubovoľnom centrálnom poli, teda v poli, kde potenciál závisí len na vzdialenosti, bude sa častica zaručene pohybovať len v rovine.
Návod: Zostavte Lagrangeove rovnice II. druhu pre túto situáciu, použite pri tom vhodné zovšeobecnené súradnice. Následne bez ujmy na všeobecnosti položte súradnicu $\vartheta = \pi/2$ a počiatočnú rýchlosť v smere tejto súradnice nulovú. Zamyslite sa a vysvetlite, prečo je takáto voľba v poriadku a nestratíme pri nej žiadne riešenie.
2. Zostavte Lagrangian pre hmotný bod pohybujúci sa v rovine v centrálnom poli. Mali by ste dostať ten istý, ako je uvedený v závěre seriálu. Pre tento Lagrangian následne nájdite všetky intergály pohybu a pomocou nich nájdite diferenciálnu rovnicu prvého rádu pre premennú r . Pre vašu kontrolu, mala by vám vyjsť rovnako ako na konci seriálu.
3. Zamyslite sa, ako určiť uhlovú vzdialenosť medzi dvoma bodmi na sfére, ak máte zadané ich sférické súradnice. Ukážte to napríklad pre hviezdy Betelgeuze a Sírirus, ktorých súradnice si nájdite. Pomôcka: Táto úloha sa dá jednoducho vyriešiť aj bez znalosti sférickej trigonometrie.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.