

Úloha VI.3 ... dostřik

6 bodů; průměr 5,53; řešilo 34 studentů

Hladina 98% kyseliny sírové v lahvi sahá do výšky h . V určitém místě kolmo na stěnu nádoby vyvrtáme velmi malý otvor a kapalina začne vytékat ven. Do jaké maximální vzdálenosti od lahve může kyselina dostříknout ze všech možných poloh díry? Nádoba stojí na vodorovné rovině.

Nenechávejte vrtačky v Jáchymově dosahu!

Označme výšku otvoru od dna nádoby jako y . Pro místo, kde je do stěny vyvrtaná díra, můžeme psát Bernoulliho rovnici ve tvaru

$$(h - y)\rho g = \frac{1}{2}\rho v^2,$$

kde ρ je hustota kapaliny. Potom rychlost výtoku kapaliny z otvoru je

$$v = \sqrt{2(h - y)g}.$$

Za čas t od opuštění lahve dopadne kapalina do vzdálenosti x od nádoby. Zřejmě platí

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}},$$

$$x = vt = 2\sqrt{y(h - y)}.$$

Nás zajímá maximální možné x , tedy maximální možná hodnota výrazu $y(h - y)$. To je ale parabola, jejíž vrchol, který je hledaným maximem, musí ležet uprostřed mezi oběma kořeny, kterými jsou 0 a h , tedy

$$y = \frac{1}{2}h.$$

Dosazením do vztahu pro x dostáváme, že maximální vzdálenost, do které může kyselina sírová dostříknout, je h , tedy výška hladiny kapaliny v nádobě.

Jáchym Bártík
tuaki@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.