FIXME je to stále rozepsané

Úvod

Minule jsme si probrali nějaké věci zejména co se týče jednotek a formálních stránek řešení fyzikálních úloh a jejich zápisu. Věříme, že se budete snažit mít na paměti to, že je důležitá i ta formální stránka řešení a někdy i díky tomu můžete sami odhalit chyby. V tomto díle se zmíníme o nějakých tématech, která se týkají grafických řešení úloh, symetrií a souřadnic. Každé z těchto témat je samo o sobě velice obsáhlé a proto zde naleznete pouze spíše takové ochutnávky.

Grafy a grafická řešení

U grafů bychom mohli pokračovat s formální stránkou řešení. Ve stručnosti jenom poznamenejme, že do grafů chceme vynášet hodnoty na číselnou osu. Musíme tedy hodnotu veličiny vydělit vhodnout jednotkou, abychom mohli do grafu uvést bezrozměrnou veličinu.

Plocha pod grafem funkce

Ti z vás, kteří jsou již pokročilejší, tak jistě vědí, že plochu pod funkcí mohou počítat pomocí integrálu. Nicméně integrování je často těžké a není od věci si připomenout (nebo naučit) i jiné základní postupy, které můžeme využít. Zmiňme ty, které můžeme používat v případě, že máme zadanou funkci nebo máme k dispozici graf funkce.

Barvení

První základních možností jak určit plochu, je jí prostě nějak přímočaře změřit. Můžeme si pod či přes graf dát čtvercovou síť a spočítat čtverečky pod plochou grafu k celkovému počtu čtverečků. Protože skoro jistě budou nějaké čtverečky proťaté, tak se musíme rozhodnout, jestli budeme „zaokrouhlovat“ čtverečky nebo ještě lépe odhadovat jaká plocha je obarvená v částečně obarveném čtverečku a kombinovat je mezi sebou tak, aby vytvořily celé čtverečky. Pro větší přesnost je vhodnější brát menší čtverečky, ale „ručně“ je počítat je pak pracné. Pokud můžeme využít počítač, pak je vhodné počítat jednotlivé pixely a to pomocí nějakého programu, který to uděla za vás. I u černobílého obrázku se ale můžete pak setkat s tím, že pokud je v nějaké kompresi dat a má dovolenou celou barevnou paletu, že na okrajích funkce se setkáte s různými odstíny šedi a musíte pak zvolit, podobně jako u ručního počítání čtverečků, postup, který vám dá plochu rozumně přesně. U této metody navíc není nutné mít funkce, můžeme určovat i pokrytí obrázku vybranou barvou, jak si vyzkoušíte v řešení části seriálové úlohy.

Sčítání sloupců až k integraci

Blízko ke zmíněnému obarvování má to, ži funkci nějak rozdělíme, obvykle rovnoměrně, nebo případně na širší intervaly, kde se výrazně nemění a tenčí, kde se značně mění. V těchto intervalech pak vyvoříme obdélníčky, které mají výšku hodnoty funkce v počátečním bodě a šířku danou délkou intervalu. Toto můžeme případně upravit tak, že bereme hodnotu uprostřed intervalu, nebo že bareme lichoběžníky a hodnoty ze začátku a konce intervalu. Snad ale i z názoru můžeme odhadnout, že bude důležitější, zejména u funkcí, které se rychle a nepravidelně mění, dělení co nejvíce zjemnit. Čím menší bude, tím přesnější výsledek můžeme dosáhnout. Často ale pro funkce, které dostaneme, dostáváme dostatečně přesný výsledek už i pro docela hrubé dělení - výrazně záleží na dané funkci. okud s tímto dělením pokračujeme a zmenšujeme ho až na limitně tenké, téměř nulově široké intervaly, pak se dostáváme k integraci.

Pravděpodobnostní řešení, numerické metody

Těm, kdo to slyší poprvé, se to může zdát trochu nedůvěryhodné, možná až sílené. Ale vědci velice často u velmi složitých výpočtů komplikovaných integrálů (tedy stále myslíme ploch pod grafem) využívají pravděpodobnostní metody. Známou metodou je Monte Carlo, kde, podobně jako v kasinu, náhodně sázíme na nějakou kombinaci čísel v prostoru (N čísel v N-dimenzionálním prostoru) a díváme se, jestli je hodnota pod, nebo nad grafem.

Numerickým metodám se podrobně věnovaly například seriály FYKOSu v 21. ročníku (o počítačové fyzice) a 31. ročníku (o numerických metodách a počítačových simulacích).

Tip k řešení FO apod.

Představme si situaci, že máte vyřešit úlohu s nějakým kruhovým dějem v plynu a z nějakého důvodu jste se totálně zasekli a nemůžete přijít třeba na parametry jednoho bodu z daného cyklu. Pak není nic lepšího než si tyto parametry alespoň odhadnou z grafu, pokud jste ho dostali se zadáním, pomocí pravítka. Je pravděpodobné, že nedostanete plný počet bodů. Ale pokud se vám jedná o to, že jste zaseklí a potřebujete tyto hodnoty pro další postup, který byste už třeba zvládli bez problémů, tak je lepší to takto odhadnout a pokračovat dále a dostat alespoň část bodů než nic.

Statika

Například pokud řešíme zatížení jednotlivých částí mostních konstrukcí, pak využíváme statiku. Tedy víme, že výslednice sil musí být nulová, aby se nám most nezačal někam pohybovat či lámat. Graficky si nulovost výslednice sil v bodě můžeme znázornit tak, že poskládáme za sebe vektory jednotlivých sil působících v daném bodě tak, že vytvoří uzavřenou křivku. Někdy se může hodit, že i momenty sil se musí vyrušit, aby se nám most nezačal rozotáčet. Obě pravidla navíc platí pro každé místo konstrukce a obvykle sestavujeme rovnice pro jednotlivé body upevnění. Ukázkou úlohy, ve které se řeší stabilita mostní konstrukce, je 26-IV-5 – stavme mosty.[1] Dalšími příkladem úlohy, která se řešily pomocí statiky, jsou třeba 20-VI-I – tři válce děda vševěda,[2] kde byly dva válce položené na podložce a na nich umístěn třetí válec. Příkladem toho, kde se ukázalo, že za zadaných podmínek nemůže být soustava nikdy stabilní, jsou koule a válec z úlohy 19-III-1 – dotyk koule a válce.[3]

Optické zobrazování

Kde se využívá v hojné míře grafické zpracování, je zobrazování pomocí optických soustav.

[1] `https://fykos.cz/_media/rocnik26/ulohy/pdf/uloha26_4_5.pdf`
[2] `https://fykos.cz/_media/rocnik20/ulohy/pdf/uloha20_6_1.pdf`
[3] `https://fykos.cz/_media/rocnik19/ulohy/pdf/uloha19_3_1.pdf`

Symetrie

Symetrie je to, co při řešení fyzikálního problémo obvykle chceme najít, protože nám to značně zjednoduší jeho řešení. Někdy dokonce

Vztah symetrie a zákonů zachování

Každá symetrie se pojí s nějakým zákonem zachování. To plyne z teorému Emmy Noetherové. Jeho matematická formulace je složitá, nicméně tato poučka se nám může hodit i na SŠ úrovni. Vztahy mezi základními symetriemi a zákony zachování jsou:

- Symetrie v posunutí v prostoru je spojena se zákonem zachování hybnosti.
- Symetrie v otočení se pojí se zákonem zachování momentu hybnosti.
- Symetrie v posunutí v čase se pojí se zákonem zachování energie.

Princip superpozice

Princip superpozice můžeme využít v mnoha fyzikálních situacích, kdy celkové působení více „zdrojů“ na nějakou testovací částici[4] můžeme prostě jednoduše sečíst.

Další metody založené na symetrii

Zrcadlový náboj

Zrcadlový náboj je metoda využívaná v elektrostatice. Použít ji můžeme, pokud umisťujeme elektrické náboje do blízkosti uzemněné desky. Z dé díky uzemnění mohou odejít nebo na ni přijít elektrony a rozložit se (ve střední hodnotě) tak, že se náboji jeví, že za deskou existuje druhý náboj. Jeho velikost a vzdálenost závisí na tvaru desky a hledáme ho tak, aby na desce byl nulový potenciál. V případě nekonečné rovinné desky (či dostatečně blízko povrchu dostatečně rozměrné desky) se naindukuje právě takový náboj, který vytváří stejnou situaci, jako kdyby za deskou (na druhé straně než je náboj) ve stejné vzdálenosti byl umístěn stejně velký náboj opačného znamení. Toto rozložení by evidentně vytvořilo právě situaci, kdy je na rovinné desce nulový náboj. Na základě tohoto můžeme pak velice jednoduše určit sílu, kterou je náboj přitahován k desce. Nemusíme ani nijak uvažovat diferenciální počet. Další ukázkou aplikace tohoto principu může být úloha FYKOSu 22-VI-2 – útěk z koule.[5]

Gaussův zákon

Další metodou, kterou můžeme využívat v elektrostatice či v gravitačním poli, je využití Gaussova zákona. Ten nám dává vztah mezi intenzitou pole vycházející z povrchu nějaké vhodně zvolené krabičky vůči symetrii daného problému a náboji (u gravitace hmotnými body) umístěnými uvnitř dané krabičky. Formálně bychom sice měli umět integrovat, ale ve vhodných uspořádáních můžeme zákon využít i jenom s intuitivní znalostí integrace. Tuto metodu zmíníme podrobněji ve čtvrtém dílu seriálu.

[4] Testovací částice je taková, která nám nenaruší původní rozložení zdrojů.
[5] `https://fykos.cz/_media/rocnik22/ulohy/pdf/uloha22_6_2.pdf`

Souřadnice

Souřadnice, které jsou vhodné pro řešení fyzikálních problémů se často pojí právě se symetrií našeho problému. Abychom byli co nejefektivnější v řešení, tak si můžeme zvolit soustavu souřadnic, která nám vyhovuje.

Základním pravidlem, které souřadnice musí splňovat, že jich musí být právě tolik, kolik dimenzí má prostor, v němž se pohybujeme. Nejčastěji se tedy jedná o dvou- či třídimenzionální souřadnice. Souřadnice pak musí být na sebe kolmé, aby byla určena poloha všech bodů z našeho prostoru jednoznačně.

Základními souřadnicemi, které se využívají na základní a střední škole a i na vysoké škole je obvykle chceme využívat, abychom si dokázali lépe představit situaci, jsou **kartézské souřadnice**. Ty jsou jedno- až třídimenzionální a jde o udání pozice pomocí souřadnic, které obvykle označujeme x, y a z.

Těžišťová soustava

Těžišťová soustava je kartézská soustava souřadná, která je spojená s těžištěm všech (či vybraných) bodů umístěných v naší soustavě. Často ji využíváme, aby nám zbytečně hmotné body „neulétávaly“ společně nějakým preferovaným směrem, protože zajímavá fyzika se obvykle děje až nějakou těchto bodů mezi sebou.

Polární souřadnice

Polární souřadnice jsou 2D a jsou určené vzdáleností od počátku $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ a orientovaným úhlem $\varphi = \operatorname{arctg}(y/x)$ měřeným od kladné části osy x v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček). Výhodou těchto souřadnic může být to, že je můžeme využít i pro tvorbu grafů, které nejsou funkce, ale jde například o postupně se odvíjející spirály, pokud uvažujeme pokračování rozvoje

Převod z kartézských

Válcové souřadnice

FIXME

Sférické souřadnice

FIXME

Inerciální vs. neinerciální soustavy

Často se omezujeme na inerciální soustavy souřadné. Tedy takové, kde platí Newtonovy zákony bez úprav. Nicméně někdy může být vhodně přejít do neinerciální soustavy souřadné. Nastávají zde ovšem drobné problémy s tím, že musíme mít na paměti, že na tělesa v těchto soustavách působí setrvačné síly.

Prvním příkladem takovéto soustavy může být soustava spojená se zrychleně se rozjíždějícím vlakem na jedné přímce. Když se na tento vlak díváme ze soustavy spojené se Zemí (považujme ji pro tento myšlenkový experiment za dostatečně dobře inerciální), pak vidíme, že osoby, co sedí na sedačkách, jsou urychlovány stejně jako zbytek vlaku. Pokud někdo položí kvádr na zem a ta bude dokonale hladká a pak se vlak začne rozjíždět, tak kvádr bude zůstávat na stejném místě. Podívejme se na tuto situaci z jiného pohledu – z neinerciální soustavy spojené s vlakem. V tom případě vidíme, že jsou cestující víceméně v klidu. Ale oni sami pociťují, že jsou tlačeni do sedaček se zrychlením velikostně stejným s zrychlením vlaku. Pokud se podíváme na kvádr na podlaze, tak se nám může zdát, že se bezdůvodně rozjíždí do zadní části vlaku (pokud vlak jede dopředu) se zrychlením odpovídajícím zrychlení vlaku.

Stejně tak můžeme přejít do rotující soustavy. Zde bude situace složitější než u lineárně zrychlující soustavy, protože se nám zde objeví členy odpovídající odstředivé a Coriolisově síle. Tato transformace se používá často například u problému tří těles, kde jsou dvě obíhající se tělesa, která jsou značně hmotná a třetí, které má vůči nim zanedbatelnou hmotnost. Pak se využije korotující systém, kde na hlavní ose jsou umístěna dvě hlavní tělesa. Pokud se obíhají po kruhových trajektoriích, pak jsou v této soustavě nehybná. Pokud se obíhají po eliptické trajektorii, pak se přechází ještě k o něco složitější soustavě, kde jsou opět nehybná a ve stejné vzdálenosti, ale mění se převod a síla, která na třetí těleso působí v jednotlivých bodech v závislosti na čase.

Minkowského prostoročas

FIXME

V rámci omezené délky a obtížnosti seriálu se tomuto nechceme věnovat dále, ale je užitečnou zajímavostí, že v rámci speciální teorie relativity se uvažuje, že časová souřadnice je analogická prostorovým souřadnicím, až na to, že je

Závěr a upoutávka na příště

V příštím díle se chceme dále věnovat zákonům zachování, na které jsme už v tomto dílu trochu narazili. Zákony zachování se nám hodí prakticky vždy a často vedou na rychlé řešení problémů.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.