



Seriál: Polarizace

V minulém díle seriálu jsme se zabývali vlněním, které se odehrávalo pouze v jednom rozměru – struna mohla oscilovat pouze vertikálně, částice reprezentoval pouze jedna vlnová funkce atp. Nyní se zkusíme zamyslet nad tím, co se stane, když se vlnění objevuje ve více rozměrech, které jsou navzájem provázány. Například, můžeme přemýšlet nad oscilacemi struny v obou směrech kolmých na směr napnutí struny, nebo přemýšlet nad tím, jaké vlny mohou existovat v nabyté tekutině, kde kromě hustoty a teploty se může měnit i nábojová hustota. Jako konkrétní příklad si ukážeme pomalé vlnění v plazmě, které splňuje rovnice takzvané magnetohydrodynamiky. Začneme ale pomaleji, se strunou, která může kmitat ve dvou směrech.

Švihadlo

Uvažujme nyní švihadlo napnuté mezi dvěma body, takže napětí ve švihadle je T . Délková hustota švihadla je ρ . Zvolme soustavu souřadnic tak, aby švihadlo bylo napnuté podél osy x , a aby jeden úchyt švihadla ležel v počátku soustavy souřadnic. Necht u je výchylka švihadla z rovnovážné polohy ve vertikálním směru (podél osy z), a v je výchylka švihadla v horizontálním směru (podél osy y , tj. kolmo na směr napětí). Mohli bychom zopakovat stejné odvození jako v minulém díle, avšak musíme brát v potaz dva rozměry, ve kterých se švihadlo může pohybovat. To lze nejlépe učinit pomocí vektorového formalismu.

Víme, že vertikální sílu působící na element délky dx v jednom rozměru šlo určit jako $dF = T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx$. Lze předpokládat, že oscilace v dalším směru budou nezávislé (nijak nezávisí na oscilacích v původním směru), a pro sílu v druhém směru bude platit $dF' = T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx$, a tedy pro celkovou sílu můžeme zapsat

$$d\mathbf{F} = T \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} dx,$$

kde $\mathbf{u} = (u \ v)^T$ a $d\mathbf{F} = (dF \ dF')$. Druhý Newtonův zákon pak lze zapsat jako

$$d\mathbf{F} = dm \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \rho dx \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

a tedy

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}.$$

Toto je náš dvourozměrný analog vlnové rovnice. Důležité je, že zachováváme fakt, že výchylky v obou směrech jsou stále funkce pouze jedné proměnné času a jedné proměnné pozice, a tedy můžeme provést Fourierovskou substituci jak jsme zvyklí, což vede k vektorové rovnici

$$-\omega^2 \hat{\mathbf{u}} = \frac{T}{\rho} (-k^2) \hat{\mathbf{u}},$$

kde $\hat{\mathbf{u}}$ je komplexní vektorová výchylka, a platí $\mathbf{u} = \text{Re } \hat{\mathbf{u}}$, a reálnou část bereme z každého komponentu zvlášť. Toto je vlastně soustava algebraických rovnic, kterou lze zapsat v maticové podobě jako

$$\begin{pmatrix} \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 & 0 \\ 0 & \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

kde \hat{u} a \hat{v} jsou komplexní výchylky v jednotlivých směrech. Ve Fourierovské substituci jsme předpokládali tvary řešení

$$\begin{aligned} \hat{u} &= u_0 e^{ikx - i\omega t} \\ \hat{v} &= v_0 e^{ikx - i\omega t} \end{aligned}$$

kde u_0 a v_0 jsou potenciálně komplexní konstanty. Jelikož exponenciální část je pro oba směry shodná, můžeme maticovou rovnici upravit na

$$\begin{pmatrix} \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 & 0 \\ 0 & \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zde použijeme již známý formalismus z normálních modů – takové to rovnice mají netriviální řešení pouze pokud determinant této matice je nula, tedy

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cc} \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 & 0 \\ 0 & \frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 \end{array} \right| &= 0 \\ \left(\frac{T}{\rho}k^2 - \omega^2 \right)^2 &= 0 \\ \omega &= \pm \sqrt{\frac{T}{\rho}}k. \end{aligned}$$

Dostáváme tedy stejný disperzní vztah jako v jednorozměrném případě. Matice se v tomto případě stává nulovou maticí, a tedy u_0 i v_0 jsou zcela neomezeny, tj. vlnění můžeme zapsat jako libovolnou lineární kombinaci

$$\hat{\mathbf{u}}(x, t) = u_0 e^{\pm ikx - i\omega t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v_0 e^{\pm ikx - i\omega t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

kde směry propagace obou vln mohou být nezávislé. Těmto odlišným vlnám se říká polarizace daného vlnění, a vektor

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix}$$

nazýváme polarizační vektor. Jak přesně určíme konstanty u_0 a v_0 ? Uvažujme nyní konkrétní případ – necht se švihadlo pohybuje jako při klasickém přeskokování, tj. obíhá okolo rovnovážné polohy tak, že jednotlivé elementy se pohybují konstantní úhlovou rychlostí po kružnicích, jejichž poloměr se zvyšuje směrem ke středu švihadla, kde dosahuje maxima. V čase $t = 0$ lze amplitudu švihadla zapsat jako

$$\mathbf{u}(x, 0) = \begin{pmatrix} A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \\ 0 \end{pmatrix},$$

kde A je reálná konstanta. Důležitá je také rychlost švihadla v čase $t = 0$, kterou můžeme zapsat jako

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ A\omega \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \end{pmatrix}.$$

Jak tento pohyb zachytit pomocí polarizací? U stojatého vlnění už jsme zvyklí, že zpravidla lze zachytit pohyb jako superpozici dvou vln propagujících se v opačných směrech. Navrhujeme tedy

$$\hat{\mathbf{u}}(x, t) = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega t} + \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} e^{-ikx - i\omega t}.$$

V čase $t = 0$ tedy platí

$$\hat{\mathbf{u}}(x, 0) = \begin{pmatrix} u_0 e^{ikx} + u_1 e^{-ikx} \\ v_0 e^{ikx} + v_1 e^{-ikx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u_0 + u_1) \cos(kx) + i(u_0 - u_1) \sin(kx) \\ (v_0 + v_1) \cos(kx) + i(v_0 - v_1) \sin(kx) \end{pmatrix}.$$

Reálnou část zde můžeme určit jako

$$\mathbf{u}(x, 0) = \begin{pmatrix} (\operatorname{Re} u_0 + \operatorname{Re} u_1) \cos(kx) + (\operatorname{Re}(iu_0) - \operatorname{Re}(iu_1)) \sin(kx) \\ (\operatorname{Re} v_0 + \operatorname{Re} v_1) \cos(kx) + (\operatorname{Re}(iv_0) - \operatorname{Re}(iv_1)) \sin(kx) \end{pmatrix}$$

Abychom splnili počáteční podmínky, potřebujeme $k = \frac{\pi}{L}$ a dále

$$\operatorname{Re} u_0 + \operatorname{Re} u_1 = 0$$

$$\operatorname{Re}(iu_0) - \operatorname{Re}(iu_1) = A$$

$$\operatorname{Re} v_0 + \operatorname{Re} v_1 = 0$$

$$\operatorname{Re}(iv_0) - \operatorname{Re}(iv_1) = 0.$$

Jelikož pro obecné komplexní číslo platí

$$\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Im} z$$

můžeme psát

$$\operatorname{Re} u_0 = -\operatorname{Re} u_1$$

$$\operatorname{Re} v_0 = -\operatorname{Re} v_1$$

$$\operatorname{Im} v_0 = \operatorname{Im} v_1$$

$$\operatorname{Im} u_0 = \operatorname{Im} u_1 - A$$

Toto jsou první čtyři rovnice pro celkem osm neznámých (reálné a imaginární části $u_{0,1}$ a $v_{0,1}$). Další čtyři rovnice lze odvodit z rovnice pro počáteční rychlost. Platí

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial t} = (-i\omega) \hat{\mathbf{u}}$$

a tedy

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \omega \begin{pmatrix} (\operatorname{Re}(-iu_0) + \operatorname{Re}(-iu_1)) \cos(kx) + (\operatorname{Re} u_0 - \operatorname{Re} u_1) \sin(kx) \\ (\operatorname{Re}(-iv_0) + \operatorname{Re}(-iv_1)) \cos(kx) + (\operatorname{Re} v_0 - \operatorname{Re} v_1) \sin(kx) \end{pmatrix}$$

A máme tedy čtyři rovnice

$$\begin{aligned}\operatorname{Im} u_0 &= -\operatorname{Im} u_1 \\ \operatorname{Re} u_0 &= \operatorname{Re} u_1 \\ \operatorname{Im} v_0 &= -\operatorname{Im} v_1 \\ \operatorname{Re} v_0 &= \operatorname{Re} v_1 + A\end{aligned}$$

dosazením z předchozích rovnic dostáváme

$$\begin{aligned}\operatorname{Im} u_1 - A &= -\operatorname{Im} u_1 \\ -\operatorname{Re} u_1 &= \operatorname{Re} u_1 \\ \operatorname{Im} v_1 &= -\operatorname{Im} v_1 \\ -\operatorname{Re} v_1 &= \operatorname{Re} v_1 + A\end{aligned}$$

A máme tedy

$$\begin{aligned}v_1 &= -\frac{A}{2} \\ u_1 &= i\frac{A}{2} \\ u_0 &= -i\frac{A}{2} \\ v_0 &= \frac{A}{2}\end{aligned}$$

A celkový časový vývoj lze popsat výrazem

$$\hat{\mathbf{u}}(x, t) = \begin{pmatrix} -i\frac{A}{2}e^{ikx} + i\frac{A}{2}e^{-ikx} \\ \frac{A}{2}e^{ikx} - \frac{A}{2}e^{-ikx} \end{pmatrix} e^{-i\omega t} = A \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \\ i\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \end{pmatrix} e^{-i\omega t},$$

tudíž v reálné výchylce

$$\mathbf{u}(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

Vlny v plazmatu

Rozměr, ve kterém vlny oscilují, ovšem nemusí být pouze prostorová dimenze, může se jednat o jiný stupeň volnosti vlnění. Tuto skutečnost budu reprezentovat na modelu plazmatu. Předpokládejme, že plazma se skládá z nabitých částic, elektronů a jader. Budeme uvažovat pohyby pomalé, tj. budeme předpokládat, že jakákoliv dynamika elektronů ustala a vedla k vybalancování elektrického pole. Dále budeme zkoumat pouze 1D plasmu, tj. budeme předpokládat, že veškeré hodnoty se mění v prostoru pouze v závislosti na souřadnici x kartézského souřadnicového systému. V takovém případě jsou rovnice magnetohydrodynamiky rovnice, které musíme vyřešit. Jedná se o soustavu dvou skalárních diferenciálních rovnic a dvou vektorových diferenciálních rovnic. Postupně je nyní představíme.

První rovnicí je tzv. rovnice spojitosti, která zajišťuje, že hmota plazmatu se nikam neztrácí. Její tvar je

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = 0$$

kde ρ je hustota plazmatu a $\mathbf{v} = (v_x \ v_y \ v_z)^T$ je rychlost plazmatu. Další skalární rovnici je stavová rovnice plazmatu. Tu je obecně složitě určit přesně, takže zde používáme pouze obecnou fenomenologickou stavovou rovnici, která má tvar

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0$$

kde P je tlak v plazmatu, a γ je konstanta. Pro ideální plyn by třeba tato konstanta referovala k Poissonově konstantě. Tato rovnice vlastně zajišťuje adiabatičnost stlačování plazmatu.

Můžeme tedy přejít k vektorovým rovnicím. První z nich je tzv. Navier-Stokesova rovnice, která reprezentuje druhý Newtonův zákon v tekutinách

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{v} \right) = \begin{pmatrix} -\frac{\partial P}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix}$$

kde $\mathbf{B} = (B_x \ B_y \ B_z)^T$ je magnetické pole v plazmatu, a \times značí vektorový součin. Těto rovnici je o něco složitější porozumět, ale vnímejme ji tak, že na pravé straně jsou síly na jednotku objemu tekutiny, jednak kvůli nerovnosti tlaku, a jednak kvůli magnetickému poli, zatímco na levé straně je popsána změna hybnosti tekutiny v daném bodě.

Poslední vektorová rovnice je tzv. indukční rovnice, která plyne z Maxwellových rovnic v našem modelu, a má tvar

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_z}{\partial x} \\ \frac{\partial(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_y}{\partial x} \end{pmatrix}$$

Přímé řešení těchto rovnic je zřejmě extrémně těžký úkol - jedná se o soustavu nelineárních diferenciálních rovnic. Ukazuje se, že jedno relativně triviální řešení se sestává z klidového stavu $\rho = \rho_0$, $P = P_0$, $\mathbf{v} = 0$ a $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$, kde veličiny označené indexem 0 jsou konstanty jak v čase tak v prostoru. Kolem tohoto klidového stavu můžeme rovnice linearizovat, abychom získali vlnové rovnice.

Bez újmy na obecnosti můžeme předpokládat, že magnetické pole \mathbf{B}_0 leží v rovině xz , tedy $B_{0y} = 0$. Dále předpokládejme, že obecné veličiny lze zapsat jako $\rho = \rho_0 + \rho_1(x, t)$, kde $|\rho_1| \ll |\rho_0|$ pro všechny časy a pozice, a obdobně pro ostatní veličiny. Dosazením těchto veličin můžeme provést linearizaci našich rovnic, pokud zachováme členy pouze do prvního řádu "malých" veličin. Mysleme přitom, že $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$.

První rovnice je linearizovaná jako

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial v_{1x}}{\partial x} = 0$$

Druhá rovnice vyžaduje složitější úpravu

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{1x} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{P_0 + P_1}{(\rho_0 + \rho_1)^\gamma} \right) = 0$$

Platí

$$(\rho_0 + \rho_1)^{-\gamma} = \rho_0^{-\gamma} \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{-\gamma} \approx \rho_0^{-\gamma} \left(1 - \frac{\gamma \rho_1}{\rho_0} \right)$$

Pokud tedy v zachováváme pouze členy do prvního řádu, dostáváme

$$\rho_0^{-\gamma} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(P_0 - P_0 \frac{\gamma \rho_1}{\rho_0} + P_1 \right) = 0$$

Jelikož P_0 je konstantní, a ostatní členy v druhé závorce jsou již prvního řádu "malosti", pouze časová derivace zůstane v našem přiblížení do prvního řádu, a platí tedy (pro nenulovou hustotu ρ_0)

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} - \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = 0$$

Navier-Stokesovu rovnici rozepíšeme v jednotlivých komponentech. Dále zavedeme úhel α , který určuje odchylku pole \mathbf{B}_0 od směru osy x , platí tedy $B_{0x} = \cos \alpha B_0$, $B_{0z} = \sin \alpha B_0$, kde $B_0 = |\mathbf{B}_0|$. Pak můžeme psát (zde již bez odvození, žádné zvláštní triky zde nejsou)

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial v_{1x}}{\partial t} &= -\frac{\partial P_1}{\partial x} - \frac{1}{\mu_0} B_0 \sin \alpha \frac{\partial B_{1z}}{\partial x} \\ \rho_0 \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} &= \frac{1}{\mu_0} B_0 \cos \alpha \frac{\partial B_{1z}}{\partial x} \\ \rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial t} &= \frac{1}{\mu_0} B_0 \cos \alpha \frac{\partial B_{1y}}{\partial x} \end{aligned}$$

Obdobným způsobem můžeme odvodit tři rovnice plynoucí z indukční rovnice

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{1x}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial B_{1z}}{\partial t} &= B_0 \cos \alpha \frac{\partial v_{1z}}{\partial x} - B_0 \sin \alpha \frac{\partial v_{1x}}{\partial x} \\ \frac{\partial B_{1y}}{\partial t} &= B_0 \cos \alpha \frac{\partial v_{1y}}{\partial x} \end{aligned}$$

Celkem máme tedy osm rovnic pro osm neznámých - 3 komponenty \mathbf{B}_1 , 3 komponenty \mathbf{v}_1 , a dále ρ_1 a P_1 .

Ve vektorových rovnicích jsme záměrně psali komponent y jako poslední. Důvodem je, že tyto rovnice jsou oddělené od ostatních rovnic - neznámé v_{1y} a B_{1y} se vyskytují pouze v nich. To znamená, že vlnění popsané těmito dvěma rovnicemi je nezávislé na vlnění které je popsáno zbytkem rovnic.

Nyní budeme dále postupovat již standardně - provedeme Fourierovskou substituci pro všechny veličiny typu $\rho_1(x, t) \rightarrow \hat{\rho}_1 = A e^{ikx - i\omega t}$, kde A je komplexní konstanta a $\hat{\rho}_1$ je komplexní výchylka (v tomto případě hustoty). Všech osm rovnic pak lze zapsat maticově jako

$$\begin{pmatrix} ikB_0 \cos \alpha & i\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i\omega \rho_0 & -ik \frac{1}{\mu_0} B_0 \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\omega \rho_0 & 0 & \frac{ik}{\mu_0} B_0 \sin \alpha & 0 & ik \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega \rho_0 & -\frac{ik}{\mu_0} B_0 \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ikB_0 \sin \alpha & -ikB_0 \cos \alpha & -i\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik\rho_0 & 0 & 0 & -i\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega \frac{\gamma P_0}{\rho_0} & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{v}_{1y} \\ \hat{B}_{1y} \\ \hat{v}_{1x} \\ \hat{v}_{1z} \\ \hat{B}_{1z} \\ \rho_1 \\ P_1 \end{pmatrix} =$$

kde jsme vypustili triviální rovnici $-i\omega\hat{B}_{1x} = 0$, ze které plyne zkrátka $\hat{B}_{1x} = 0$. Opět zde vydáme, že první dva komponenty polarizačního vektoru (který má celkem 7 komponentů!) jsou nezávislé na ostatních. Abychom určili disperzní vzorec, je potřeba určit determinant této velké matice. Zde se budeme věnovat pouze bloku 2x2, který odpovídá nezávislému vlnění v v_{1y} a B_{1y} . Tyto vlny nazýváme Alfvénovy vlny.

Determinant matice 2x2 určíme snadno

$$\begin{vmatrix} ikB_0 \cos \alpha & i\omega \\ -i\omega\rho_0 & -ik\frac{1}{\mu_0}B_0 \cos \alpha \end{vmatrix} = k^2 \frac{1}{\mu_0} B_0^2 \cos^2 \alpha - \omega^2 \rho_0,$$

a z podmínky, že determinant musí být roven nule, vychází disperzní vztah

$$\omega = \frac{B_0 \cos \alpha}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} k$$

To tedy znamená, že vlny mají lineární disperzi (stejnou jako světlo nebo zvuk) s fázovou rychlostí

$$v_p = \frac{B_0 \cos \alpha}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}.$$

Platí tedy, že čím více je pole \mathbf{B}_0 odklonené od směru x , tím pomaleji se vlny propagují. Pro určení polarizačních vektorů dosadíme tento výsledek zpět do maticové rovnice, kde ale zapíšeme pouze blok 2x2

$$\begin{pmatrix} ikB_0 \cos \alpha & i\frac{kB_0 \cos \alpha}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \\ -i\frac{kB_0 \cos \alpha}{\sqrt{\mu_0}} \sqrt{\rho_0} & -i\frac{kB_0 \cos \alpha}{\mu_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{v}_{1y} \\ \hat{B}_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Z čehož plyne, že možné řešení je

$$\begin{pmatrix} \hat{v}_{1y} \\ \hat{B}_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu \\ -\frac{\nu}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \end{pmatrix}$$

kde ν je komplexní konstanta s rozměrem rychlosti. Oscilace v B_{1y} tedy probíhají v přímé antifázi k oscilacím v_{1y} , a jsou větší pro nižší hustotu plazmatu ρ_0 .

Závěrem

V tomto seriálu jsme postupně objevovali systémy, které se všemožně kmitají, vlní a oscilují v blízkém okolí lokálního minima energie. Svět vln ovšem není omezen pouze na malé oscilace, existují i typy vlnění, které splňují některé charakteristiky (například zachovávají tvar při pohybu), ale od jednoduchých vln se odlišují. Například, rovnice, která je popisuje, může být nelineární, takže například vlny musí mít konkrétní amplitudu. Nelineární rovnice jsou ovšem výrazně složitější na řešení, zejména kvůli tomu, že nemůžeme uplatnit princip superpozice. Takové systémy se stále zkoumají v současnosti. Nicméně lineární vlnění a oscilace jsou stále velmi často přítomné v mnoha systémech, a věříme, že zkušenosti nabyté v tomto seriálu se vám budou velmi hodit ve vaší fyzikální kariéře.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.