

Úloha I.E ... dopadová

13 bodů; průměr 5,49; řešilo 78 studentů

Změřte závislost průměru krátera, vzniklého dopadem kamene do vhodného pískoviště, na hmotnosti kamene a na výšce vypuštění. Závisí velikost krátera jenom na energii dopadu? Doporučujeme měřit, když je písek suchý. *Dodo se vrátil do dětství.*

Teória

Hodnota priemeru krátera vzniknutého dopadom telesa do piesku závisí na kinetickej energii telesa, jeho rozmeroch, ale aj zložení. Významne ju ovplyvňujú aj vlastnosti použitého piesku, napríklad jeho vlhkosť a tiež veľkosť pieskových častíc. Vznik krátera v dôsledku dopadu sa nazýva impaktný proces. Ten môžeme rozdeliť na tri časti:

1. Dotyk, kompresia – Počas tejto fázy dochádza k premene kinetickej energie dopadajúceho telesa na energiu seizmických vln a teplo. V mieste dopadu dochádza k stláčaniu piesku (vznik prechodnej dutiny) a jeho vyvrhnutiu do strán od miesta dopadu. Kinetická energia E_k dopadajúceho telesa je daná jeho hmotnosťou m a rýchlosťou v ako

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

2. Vznik dutiny – Nárazová vlna slabne a stlačený piesok je opäť vyvrhnutý do okolia. Pri rýchlostiach, ktoré kameň dosiahne, vzniká dopadový kráter. Tvar krátera závisí na uhle dopadu telesa a tiež na rýchlosti, ak nedopadá kolmo.
3. Formovanie tvaru krátera – vyvrhnutý materiál sa vplyvom gravitácie vracia zosúvaním späť do vyhlbenej dutiny a vzniká finálny kráter.

Objem vyvrhnutého materiálu V by mal byť úmerný kinetickej energii dopadajúceho telesa, v našom prípade kameňa. Kinetickú energiu kameň získa voľným pádom z určitej výšky h , kedy sa jeho potenciálna energia E_p zmení na kinetickú. Teda

$$E_k = E_p = mgh.$$

Keďže nemeríme objem vyvrhnutého materiálu, ale iba jeho priemer d , teda jeden rozmer, priemer by mal byť potom úmerný tretej odmocnine potenciálnej energie

$$d \propto \sqrt[3]{mgh}.$$

Meranie a diskusia jeho presnosti

Pre meranie sme si vybrali postupnosť desiatich kameňov s rastúcou veľkosťou, ktorej zodpovedá aj rastúca hmotnosť. Jednotlivé kamene sme si označili číslami od 1 do 10, môžeme ich vidieť na obrázku 1. Používali sme tiež dva metre, oba s veľkosťou najmenšieho dielika 1 mm. Pomocou jedného z nich sme určovali výšku vypustenia kameňa nad zemou a druhý, položený na zemi, slúžil ako mierka pri vzniknutých kráteroch, viď obrázok 2. Kráter sme si vždy po odstránení kameňa odfotili čo najviac kolmo zhora spolu s metrom ako našou mierkou.

Hmotnosti kameňov sme zmerali digitálnymi váhami, pričom každý kameň sme vážili trikrát a na záver sme vypočítali priemernú hodnotu a štatistickú odchýlku merania. Do celkovej odchýlky merania hmotnosti sme započítali aj nepresnosť váh. Pre menšie kamene sme zhruba odmerali taktiež ich objem, a to ponorením do vody v odmernom valci a porovnaním objemov vo valci pred a po ponorení kameňa. Vzhľadom na veľký najmenší dielik stupnice odmerného



Obr. 1: Kamene použité pri meraní.

valca (2 ml) je toto meranie zatažené veľkou chybou. Umožňuje nám však aspoň približne určiť hustotu použitých kameňov. Všetky tieto charakteristiky kameňov sú uvedené v tabuľke 1.

Fotografie kráterov sme následne spracovali v programe ImageJ. Fotografie niektorých kráterov sú na obrázkoch 3, 4 a 5. Pri každej fotografii sme najprv kalibrovali mierku pomocou vyfotoreného pravítka (použili sme z neho vždy 10 cm). Následne sme zmerali priemer krátera v troch smeroch. Keďže kamene boli nesúmerné, také boli aj krátery. Preto sme jeden priemer zmerali v smere najdlhšieho rozmeru, druhý kolmo naň a tretí približne diagonálne. Z týchto nameraných dĺžok sme spočítali priemernú hodnotu a tiež štandardnú odchýlku, ktorá nám dáva informáciu hlavne o súmernosti krátera - čím je vyššia, tým menšia je kruhovosť krátera. Výsledky sú v tabuľkách 2 a 3.

Do celkovej odchýlky merania priemeru krátera ale prispieva viacero faktorov. Tie nie sú v štatistických odchýlkach v tabuľkách zahrnuté, ale postupne si ich rozoberieme. Pri kalibrácii mierky v programe ImageJ sa dopúšťame chyby nanajvýš 1 mm v dôsledku zlého vyznačenia dĺžky 10 cm. Avšak ďalšia chyba nastáva kvôli tomu, že celý vyznačený úsek nebol fotený úplne kolmo, v dôsledku čoho sú dĺžky na obrázku skreslené. Chybu kalibrácie spôsobenú týmto skreslením odhadujeme na maximálne 3 mm. Oveľa väčšiu nepresnosť nám do merania prináša chyba určenia okrajov krátera, a to odhadom 1 až 2 cm. Presné určenie okrajov krátera z fotografie bolo často viac či menej nejednoznačné. Záviselo to na osvetlení fotografie, ale aj na tvári krátera. Pomôcť si bolo možné väčšími zrníčkami piesku nahromadenými v okolí hrany krátera.

Pri porovnaní nameraných závislostí s teoretickým predpokladom nemôžeme kvôli týmto nepresnostiam očakávať dokonalú zhodu. Budeme tak sledovať porovnanie trendov. Na tvar,



Obr. 2: Usporiadanie pomôcok pri meraní.

a teda súbežne aj priemer krátera, vplýval vo veľkej miere aj tvar kameňa. Ten nebol súmerný, takže veľkosť krátera závisela aj na tom, aké bolo natočenie kameňa pri dopade. Neistotu výšky vypustenia kameňa nad zemou odhadujeme na 1 cm.

Porovnanie závislostí

Do grafu na obrázku 6 sme vyniesli závislosť priemeru krátera d na výške vypustenia kameňa h . Porovnaním trendov pre jednotlivé kamene vidíme, že majú až na odchýlky zhruba rovnaký priebeh. Chybové úsečky jednotlivých bodov sme kvôli prehľadnosti do grafu nevyznačili. Ak by sme tieto dáta porovnali so závislosťou $y = kx^{\frac{1}{3}}$, kde k je konštanta, vidíme veľmi podobný trend. Nameraná závislosť pre každý kameň zodpovedá odhadom závislosti približne $d \approx 2,2(mgh)^{\frac{1}{3}}$. Tieto funkcie sme pre prehľadnosť do grafu tiež nevyznačili.

Pre lepšie potvrdenie predpovedanej závislosti sme vykreslili graf závislosti priemeru krátera d na kinetickej energii kameňa pri dopade E , a to v logaritmickej škále (viď obrázok 7). Do grafu sme tiež vyniesli závislosť $d = \sqrt[3]{E}$. Vidíme, že namerané dáta pre prvých osem kameňov

Tab. 1: Charakteristiky kameňov – hmotnosť, chyba hmotnosti, objem a hustota. Neistota merania objemu je 1 ml. Z tohto dôvodu sú uvedené hustoty pre menšie kamene skôr orientačné.

kameň	$\frac{m}{g}$	$\frac{u_m}{g}$	$\frac{V}{ml}$	$\frac{\rho}{g \cdot cm^{-3}}$
1	2,85	0,01	1,5	1,7
2	7,04	0,01	3,5	2,0
3	14,58	0,01	5,0	2,9
4	26,48	0,01	10,0	2,6
5	44,18	0,02	17,0	2,6
6	57,28	0,02	22,5	2,5
7	87,43	0,02		
8	165,85	0,01		
9	589	2		
10	976	2		

Tab. 2: Priemery kráterov, 1. časť.

$\frac{h}{cm}$	$\frac{d_1}{cm}$	$\frac{d_2}{cm}$	$\frac{d_3}{cm}$	$\frac{d_4}{cm}$	$\frac{d_5}{cm}$
20	$1,9 \pm 0,1$	$2,6 \pm 0,5$	$3,6 \pm 0,1$	$3,8 \pm 0,1$	$5,5 \pm 0,4$
40	$2,4 \pm 0,1$	$3,4 \pm 0,4$	$4,4 \pm 0,2$	$4,2 \pm 0,3$	$5,8 \pm 0,7$
60	$2,6 \pm 0,2$	$4,4 \pm 0,3$	$4,0 \pm 0,3$	$5,1 \pm 0,2$	$7,4 \pm 0,3$
80	$3,0 \pm 0,1$	$4,2 \pm 0,1$	$5,3 \pm 0,8$	$6,4 \pm 0,2$	$7,4 \pm 0,1$
100	$3,1 \pm 0,1$	$4,3 \pm 0,4$	$5,5 \pm 0,5$	$6,2 \pm 0,6$	$7,7 \pm 0,8$
120	$3,2 \pm 0,1$	$4,6 \pm 0,2$	$6,4 \pm 0,5$	$6,9 \pm 0,1$	$7,3 \pm 0,2$
140	$3,5 \pm 0,2$	$4,8 \pm 0,4$	$5,5 \pm 0,7$	$7,6 \pm 0,6$	$7,8 \pm 0,3$

dobre kopírujú túto predpovedanú závislosť. Posledné dva kamene sa od tejto závislosti odchyľujú, nimi preložená priamka rastie rýchlejšie. To môže byť chyba merania veľkosti krátera alebo vplyv tvaru kameňa na výsledný kráter. Ak sa pozrieme na dátové body ako celkok, môžeme si všimnúť, že priamka preložená týmito dátami vo všeobecnosti rastie trochu menej prudko ako je teoretická predpoveď. Jedným z možných vysvetlení je, že odpor vzduchu, ktorý na kameň pri páde pôsobí, nie je zanedbateľný, a teda kinetická energia kameňa tesne pred dopadom je menšia, ako je jeho počiatočná potenciálna energia.

Záver

Zmerali sme závislosť priemeru krátera na výške vypustenia kameňa a tiež na kinetickej energii kameňa tesne pred dopadom. Obe závislosti v rámci odchýlky zodpovedali teoretickej predpovedi, teda že priemer krátera závisí na tretej odmocnine kinetickej energie kameňa. Pozorovali sme miernu odchýlku od teoretickej predpovede, ktorá je pravdepodobne dôsledkom neoprávneného



Obr. 3: Kráter od kameňa 4 po vypustení z výšky 140 cm.

zanedbania odporu vzduchu pri páde.

Daniela Pittnerová
daniela@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.



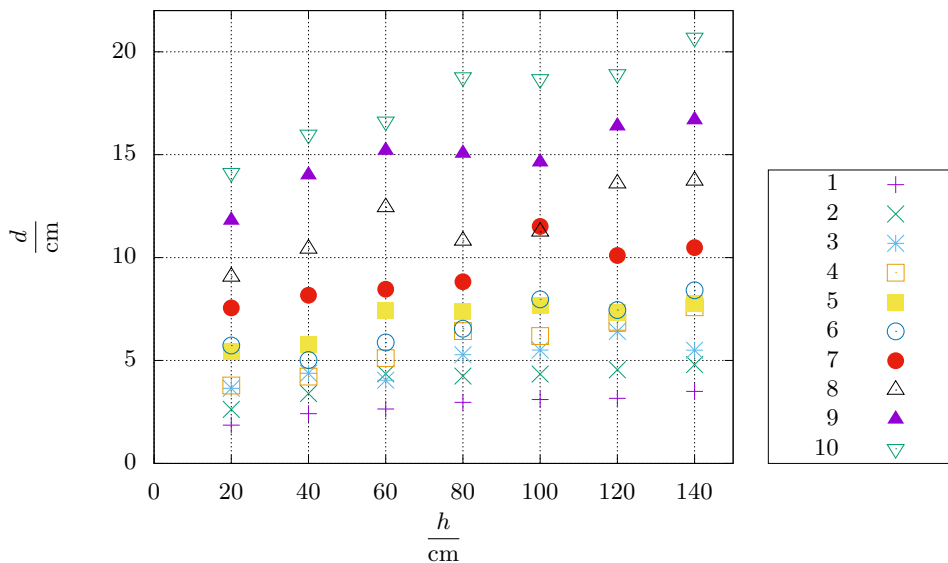
Obr. 4: Kráter od kameňa 7 po vypustení z výšky 120 cm.



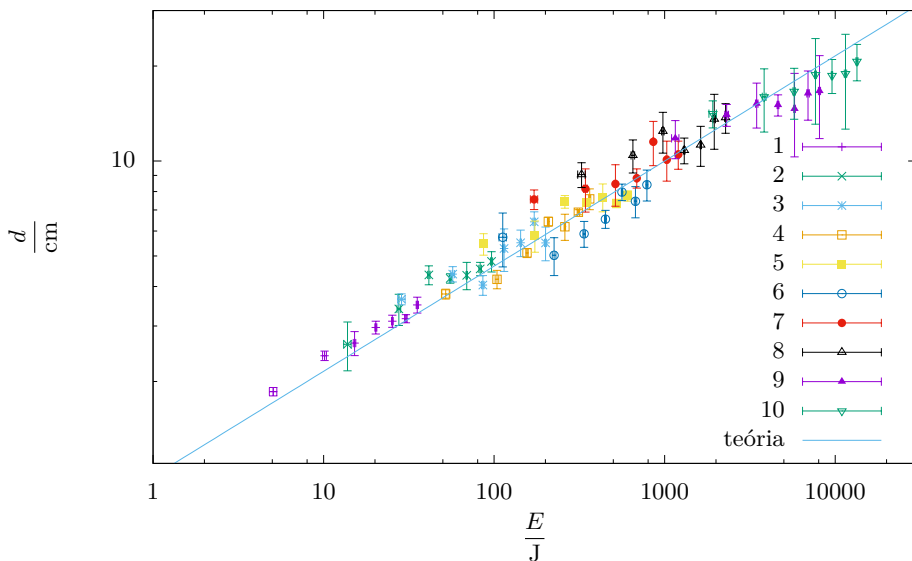
Obr. 5: Kráter od kameňa 4 po vypustení z výšky 80 cm.

Tab. 3: Priemery kráterov, 2. časť.

$\frac{h}{\text{cm}}$	$\frac{d_6}{\text{cm}}$	$\frac{d_7}{\text{cm}}$	$\frac{d_8}{\text{cm}}$	$\frac{d_9}{\text{cm}}$	$\frac{d_{10}}{\text{cm}}$
20	$5,7 \pm 1,1$	$7,6 \pm 0,5$	$9,1 \pm 0,8$	$11,8 \pm 1,6$	$14,1 \pm 1,4$
40	$5,0 \pm 0,7$	$8,2 \pm 1,3$	$10,4 \pm 1,3$	$14,0 \pm 1,1$	$16,0 \pm 3,6$
60	$5,9 \pm 0,6$	$8,5 \pm 1,3$	$12,4 \pm 1,8$	$15,2 \pm 2,5$	$16,6 \pm 3,1$
80	$6,5 \pm 0,4$	$8,8 \pm 0,6$	$10,8 \pm 1,0$	$15,1 \pm 1,2$	$18,8 \pm 5,7$
100	$8,0 \pm 0,5$	$11,5 \pm 1,8$	$11,2 \pm 1,6$	$14,6 \pm 4,3$	$18,7 \pm 2,3$
120	$7,5 \pm 0,8$	$10,1 \pm 1,5$	$13,6 \pm 2,7$	$16,4 \pm 2,9$	$18,9 \pm 6,3$
140	$8,4 \pm 0,9$	$10,5 \pm 1,1$	$13,7 \pm 1,5$	$16,7 \pm 4,9$	$20,7 \pm 2,7$



Obr. 6: Graf závislosti priemeru krátera na výške vypustenia kameňa pre všetky merané kamene.



Obr. 7: Logaritmický graf závislosti priemeru vzniknutého krátera na energii kameňa pri dopade.