

## Úloha II.3 ... auto na dně jezera

5 bodů; průměr 3,70; řešilo 96 studentů

Ne jednou se ve filmu stalo, že auto spolu s cestujícími spadlo do vody. Vypočítejte, jakým momentem sil by musel řidič tlačit na dveře, aby je otevřel na dně jezera, když je jejich spodní rám 8,0 m pod hladinou. Uvažujte obdélníkové dveře s rozměry 132 cm × 87 cm, které se otvírají podle svislé osy. Katarína má ráda dramatické okamžiky na útesech.

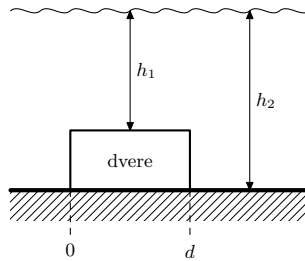
Na dveře auta na dne jezera působí tlaková síla okolitej kvapaliny s veľkosťou  $F = pS$ . Hydrostatický tlak je závislý na hĺbke  $h$  ako  $p = h\rho g$ , čiže v rôznych hĺbkach jazera je tento tlak rôzny. Keďže dveře majú nezanedbateľnú výšku, bude potrebné použiť diferenciálny počet. Dveře rozdelíme na elementárne štvorčeky a skúmame silové pomery na týchto elementoch. Pozdĺž osi  $y$  sa táto elementárna síla mení podľa vzťahu  $dF = p dS = h\rho g dS = h\rho g dx dh$ . Tlak atmosféry môžeme zanedbať, lebo predpokladáme, že atmosférický tlak je aj v aute.

Voči pántom dverí táto elementárna síla vyvodzuje elementárny moment. Keďže momentový účinok sily je rôzny v rôznych vzdialenostiach od pántov dverí, tak sa tento elementárny moment pozdĺž osi  $x$  mení podľa vzťahu  $dM = x dF$ , kde  $x$  je vzdialenosť od pántov dverí. Pre prehľadnosť označme šírku dverí  $d$ .

Matematický zápis momentu sily, ktorým musí šofér pôsobiť na dveře je  $M = \int dM$ . Z toho dostávame

$$\begin{aligned} M &= \int_{\text{dveře}} x dF = \int_{\text{dveře}} x h \rho g dS = \rho g \int_0^d \int_{h_1}^{h_2} x h dh dx = \rho g \left[ \frac{h^2}{2} \right]_{h_1}^{h_2} \int_0^d x dx = \\ &= \rho g \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^d \left[ \frac{h^2}{2} \right]_{h_1}^{h_2} = \frac{\rho g d^2}{4} (h_2^2 - h_1^2) \doteq 56\,000 \text{ Nm} . \end{aligned}$$

Na to, aby šofér otvoril dveře na dne jazera, musí na ne pôsobiť momentom sily 56 kNm. Ak bol rozmer 132 cm použitý ako výška dvier auta a rozmer 87 cm ako šírka dvier auta, potom by bol moment sily 36 kNm.



Obr. 1: Dveře auta pod hladinou.

**Katarína Častulíková**  
katka.castulikova@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.