

Úloha II.P ... nákladný hokej

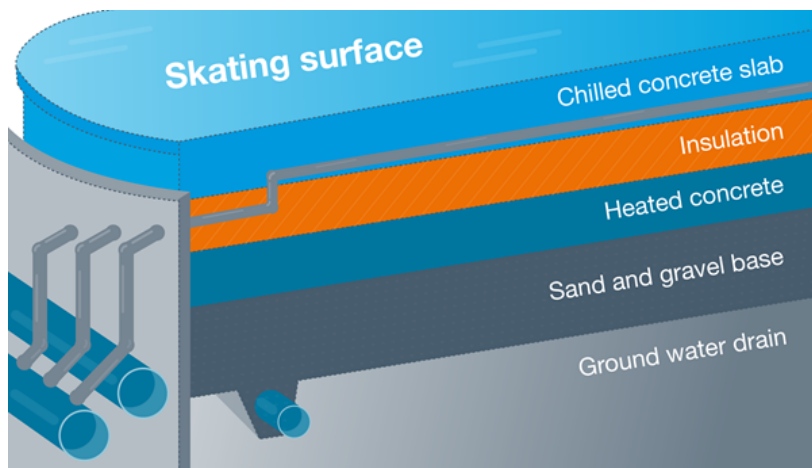
9 bodů; (chybí statistiky)

Odhadněte, kolik stojí kompletní zalednění hokejového hřiště.

Danka nemá ráda hokej, ale bruslení ano.

Aby sme mohli vytvoriť odhad ceny zaľadnenia hokejového ihriska, musíme najprv zistiť, ako je vlastne celý proces realizovaný.

Hokejové ihrisko tvorí niekoľko vrstiev materiálov: ľadový povrch, vychladená betónová doska, izolácia, zohriaty betón, pieskový a štrkový podklad a odvod vody, viď obrázok 1!¹ Ľadový povrch je vytváraný vo vrstvách. Tenká vrstva vody nanesená na vychladenú betónovú dosku zamrzne takmer okamžite a vytvorí tak základ pre ľadovú plochu, na ktorý sa postupne nanášajú ďalšie tenké vrstvy vody. Časti prvých ľadových vrstiev sa farbja požadovanými farbami, aby bolo vytvorené ihrisko. Vychladená betónová doska spočiatku zabezpečuje zamrznutie nanášaných vodných vrstiev a následne udržiava ľadový povrch zamrznutý, a to optimálne na teplote $T = -4\text{ }^{\circ}\text{C}$, ktorú ovplyvňuje mnoho faktorov ako okolitá teplota v budove štadiónu, vonkajšia teplota a vlhkosť.² Chladenie je realizované chladiacim systémom zabudovaným v betónovej doske, ktorý si podrobnejšie rozoberieme o chvíľu. Vrstva izolácie a ohriateho betónu udržiava zem pod ľadom nezamrznutú, pretože inak by mohlo dôjsť k expanzii a prípadnému poškodeniu ihriska. Celá konštrukcia ihriska je položená na podklade tvorenom pieskom a štrkom, ktorý obsahuje odvod vody.



Obr. 1: Prierez ľadom a vrstvami podkladov hokejového ihriska.

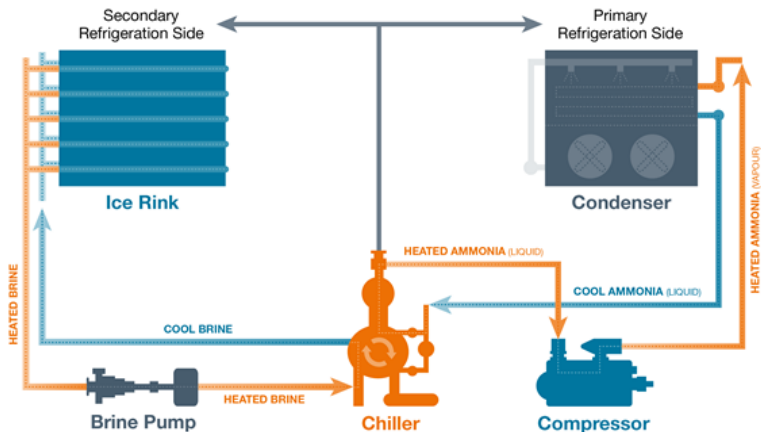
Samotné chladenie je realizované pomocou nepriameho chladiaceho systému.³ Ten používa tekutý chladič (zvyčajne amoniak), ktorý absorbuje teplo zo sekundárnej tekutiny (zvyčajne slaná voda, prípadne etylén či propylénglykol), ktorá zase absorbuje teplo zo zdroja. Sланá voda sa používa preto, lebo mrzne až pri teplote nižšej ako je bod mrazu čistej vody na povrchu. Pri teplote nižšej ako $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ môže stále tiecť cez potrubie, ale zároveň je dosť studená na to, aby

¹<https://www.howden.com/en-gb/articles/refrigeration/ice-rinks-refrigeration-on-a-big-scale>

²<https://www.howden.com/en-gb/articles/refrigeration/ice-rinks-refrigeration-on-a-big-scale>

³<https://www.howden.com/en-gb/articles/refrigeration/ice-rinks-refrigeration-on-a-big-scale>

mohla zabezpečiť zamrznutie vody na povrchu. V nepriamom chladiacom systéme sú tri hlavné komponenty: chladič, kompresor a kondenzátor. Proces chladenia je prehľadne znázornený v obrázku 2,⁴ preto ho tu nebudeme slovné popisovať.



Obr. 2: Schéma nepriameho chladiaceho systému použitého na chladenie ľadovej plochy.

Z tohto popisu hokejového ihriska už máme celkom dobrú predstavu o tom, ako funguje chladenie hokejového ihriska, a čo je na vytvorenie ľadovej plochy potrebné. Podme sa teda pozrieť postupne na jednotlivé náklady s tým spojené. Budeme pritom predpokladať, že nestavíme hokejové ihrisko nanovo, ale už máme kúpený kompletný chladiaci systém.

Na zaľadnenie ihriska budeme určite potrebovať vodu, a to nie malé množstvo. Na vytvorenie povrchu hokejového ihriska je potrebných 45 - 57 tisíc litrov vody, pričom ľadová vrstva má typicky hrúbku medzi 0,75 až 1,5 palca (cca 1,9 - 3,8 cm)⁵ Hrúbka vrstvy nemôže byť tenšia, pretože by sa korčuľa mohla ľadom prerezať až k betónu. Nemôže byť ani hrubšia, pretože by pre väčšie množstvo ľadu nemuselo postačovať chladenie, a teda by sa ľad na povrchu roztápal. Oficiálna hokejová ľadová plocha by mala byť $l = 200$ stôp (teda 60,96 m) dlhá a $w = 85$ stôp (čiže 25,91 m) široká⁶. Ak by bola vrstva ľadu hrubá $h = 2,9$ cm (priemer typických hrúbok uvedených vyššie), a to na celej ploche ihriska, celkový objem ľadu na ihrisku by bol

$$V_l \approx h l w \doteq 45,8 \text{ m}^3,$$

čo je teda 45 800 l ľadu. Ako je všeobecne známe,⁷ hustota ľadu $\rho_l = 917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ⁸ je menšia ako hustota vody $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tento objem ľadu preto zodpovedá vode s objemom

$$V_v = \frac{\rho_l}{\rho_v} V_l \doteq 42\,000 \text{ l}.$$

⁴<https://www.howden.com/en-gb/articles/refrigeration/ice-rinks-refrigeration-on-a-big-scale>

⁵<https://www.howden.com/en-gb/articles/refrigeration/ice-rinks-refrigeration-on-a-big-scale>

⁶<http://science.uncvtv.org/content/scienceblog/ice-hockey>

⁷<https://cs.wikipedia.org/wiki/Led>

⁸<https://cs.wikipedia.org/wiki/Led>

Vidíme, že táto hodnota je o niečo menšia, ako minimálna hodnota, ktorú sme uviedli vyššie. Nesmieme však zabúdať ešte na straty spôsobené napríklad vyparovaním vody počas procesu chladenia, keďže vyparovanie z povrchu prebieha v určitej miere pri všetkých teplotách kvapaliny. Uvažujme preto, že na vytvorenie požadovanej vrstvy ľadu spotrebujeme $V_v = 45\,000\text{ l}$ vody. Predpokladajme, že naše hokejové ihrisko zaľadňujeme niekde v Prahe. Je žiaduce, aby ľad na hokejovom ihrisku bol čo najčistejší, keďže práve taký ľad má optimálne vlastnosti pre korčuľovanie.⁹ Použijeme naň preto pitnú vodu a budeme predpokladať, že má dostatočne dobré vlastnosti a nemusíme preto kupovať prostriedky na čistenie vody. Cena pitnej vody v Prahe je v súčasnosti $c_v = 57,30\text{ Kč}\cdot\text{m}^{-3}$.¹⁰ Čiže za vodu, z ktorej vyrábame ľad, celkovo zaplatíme

$$S_1 = c_v V_v \doteq 2580\text{ Kč}.$$

Druhá vec, ktorá bude najviac prispievať do ceny zaľadnenia ihriska, je elektrická energia spotrebovaná chladiacim systémom. Uvažujme, že chladiaci systém ako celok má príkon $P = 106\text{ kW}$.¹¹ Nech vytvorenie ľadovej plochy trvá $t = 48\text{ h}$.¹² Za túto dobu chladiaci systém spotrebuje energiu

$$E = Pt \doteq 5\,088\text{ kWh}.$$

Uvažujme priemernú cenu elektriny $c_E = 1,9\text{ Kč}\cdot\text{kWh}^{-1}$.¹³ Potom za elektrinu spotrebovanú pri zaľadnení hokejového ihriska zaplatíme

$$S_2 = c_E E \doteq 9670\text{ Kč}.$$

Dokopy za vodu, ktorú necháme premeniť na ľad a elektrickú energiu, ktorá sa spotrebuje chladiacim systémom, zaplatíme $S = S_1 + S_2 \doteq 12\,300\text{ Kč}$.

Síce uvažujeme, že chladiaci obeh už obsahuje všetky potrebné komponenty, a nie je potrebné ich preto nakupovať. Zo zaujímavosti si ale môžeme spočítať, koľko by asi mohla stáť slaná voda použitá v chladiacom obeh. Objem vody použitý na chladenie je asi $V_c = 9000$ galónov, teda cca $34\,000\text{ l}$.¹⁴ Predpokladajme, že budeme opäť brať pôvodne pitnú vodu. Zaplatíme za ňu

$$S_3 = c_v V_c \doteq 1950\text{ Kč}.$$

Na výrobu slanej vody budeme ešte potrebovať soľ, pričom môžeme použiť NaCl pre priemyselné účely. Uvažujme, že slaný roztok bude čo najviac nasýtený, aby mal čo najnižšiu teplotu tuhnutia. V tom prípade bude hmotnostná koncentrácia soli vo vode $k = 23,3\%$.¹⁵ Teda musí platiť

$$k = \frac{m_s}{m_s + m_c},$$

kde m_s je hmotnosť soli a m_c hmotnosť vody v potrubí. Odtiaľ si úpravami vyjadríme hmotnosť soli, ktorú budeme potrebovať, a dostaneme

$$m_s = m_c \frac{k}{1-k} = V_c \rho_v \frac{k}{1-k} \doteq 10\,330\text{ kg}.$$

⁹<http://science.unctv.org/content/scienceblog/ice-hockey>

¹⁰<https://www.pvk.cz/vse-o-vode/cena-vodneho-a-stocneho/>

¹¹https://www.alibaba.com/product-detail/100HP-air-cooled-screw-chiller-with_60668189235.html?spm=a2700.7724857.0.0.25e0775dfXaUuZ&s=p&fullFirstScreen=true

¹²<http://science.unctv.org/content/scienceblog/ice-hockey>

¹³<https://www.usetreno.cz/energie-elektrina/cena-elektriny/>

¹⁴<https://www.rsi.edu/blog/hvacr/ice-hockey-rink-refrigeration/>

¹⁵https://en.wikipedia.org/wiki/Brine#Refrigerating_fluid

Nech kupujeme priemyselnú NaCl za cenu $c_s = 6 \text{ Rs}\cdot\text{kg}^{-1} \doteq 1,80 \text{ Kč}\cdot\text{kg}^{-1}$!¹⁶ Potom za sol zaplatíme

$$S_4 = c_s m_s \doteq 18\,600 \text{ Kč}.$$

Slaná voda v chladiacom obehu by teda podľa našich odhadov stála asi 20 500Kč. Porovnaním s cenou spotrebovanej elektrickej energie na jedno zaľadnenie a takisto ceny potrebnej vody vidíme, že keby sme mali nakupovať aj komponenty do chladiaceho obehu, cena zaľadnenia by značne vzrástla.

Ak by sme naozaj chceli hokejové ihrisko zaľadniť, potrebovali by sme na to určite aj nejakých odborných pracovníkov, ktorí by sa podieľali na realizácii celého procesu. Týchto pracovníkov by sme, samozrejme, tiež museli vyplatiť, čo by zdvihlo cenu zaľadnenia.

Na záver môžeme zhrnúť, že ak máme pripravené všetko vybavenie na zaľadnenie hokejového ihriska, tak zaň zaplatíme asi 12 300Kč plus výplata odborných pracovníkov, ktorí zaľadnenie vykonajú.

Daniela Pittnerová
daniela@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹⁶<https://www.indiamart.com/proddetail/industrial-salt-sodium-chloride-16011737297.html>