Úloha I.S ... seriál 1

10 bodů; (chybí statistiky)

1. *Spočítejte energetický výtěžek následujících reakcí a kinetické energie produktů reakce*

$$
\begin{aligned}
{}^2\mathrm{D} + {}^3\mathrm{T} &\to {}^4\mathrm{He} + \mathrm{n}\,,\\
{}^2\mathrm{D} + {}^2\mathrm{D} &\to {}^3\mathrm{T} + \mathrm{p}\,,\\
{}^2\mathrm{D} + {}^2\mathrm{D} &\to {}^3\mathrm{He} + \mathrm{n}\,,\\
{}^3\mathrm{T} + {}^3\mathrm{T} &\to {}^4\mathrm{He} + 2\mathrm{n}\,,\\
{}^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} &\to {}^4\mathrm{He} + 2\mathrm{p}\,,\\
{}^3\mathrm{T} + {}^3\mathrm{He} &\to {}^4\mathrm{He} + \mathrm{n} + \mathrm{p}\,,\\
{}^3\mathrm{T} + {}^3\mathrm{He} &\to {}^4\mathrm{He} + {}^2\mathrm{D}\,,\\
\mathrm{p} + {}^{11}\mathrm{B} &\to 3\,{}^4\mathrm{He}\,,\\
{}^2\mathrm{D} + {}^3\mathrm{He} &\to {}^4\mathrm{He} + \mathrm{p}\,.
\end{aligned}
$$

2. *Pomocí grafu rychlosti výtěžku v textu seriálu pro vámi zvolenou teplotu odvoďte Lawsonovo kritérium pro dobu udržení inerciální fúze deuteria s deuteriem, protonu s borem a deuteria s heliem 3 a pro jednotlivé případy určete součin velikosti palivové peletky a hustotu stlačeného paliva. Mají tyto reakce nějakou výhodu oproti tradiční DT fúzi?*
3. *Určete, jak by vypadalo Lawsonovo kritérium pro nemaxwellovské rozdělení teplot, kdyby kinetická energie částic byla:*
   (a) $E_\mathrm{k} = k_\mathrm{B}T^\alpha$,
   (b) $E_\mathrm{k} = aT^3 + bT^2 + cT$.
   Byla by takováto fúze vůbec realizovatelná? Pokud ano, jaké by mělo být palivo (fúzní reakce), jak velká by měla být palivová peletka a na jakou hustotu by se měla stlačit?

Ako jednotku hmotnosti budeme používať u, Atomová hmotnostnú konštantu, pričom $1u = 931{,}49410242\,\mathrm{MeV{\cdot}c^{-2}} = 1{,}66053906660 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$. Ak je vám prijemnejšie počítať v $\mathrm{eV/c^2}$ alebo kg. Ako prvé si potrebujeme zistiť hmotnosti jednotlivých izotopov a hmotnosť neutronu. My jsme použili[1]

$$
\begin{aligned}
M_{^1H} &= 1{,}007825\,\mathrm{u}\,,\\
M_{^2D} &= 2{,}014102\,\mathrm{u}\,,\\
M_{^3T} &= 3{,}016049\,\mathrm{u}\,,\\
M_{^3He} &= 3{,}016029\,\mathrm{u}\,,\\
M_{^4He} &= 4{,}002603\,\mathrm{u}\,,\\
M_{^{11}B} &= 11{,}009305\,\mathrm{u}\,,\\
M_n &= 1{,}008664915\,\mathrm{u}\,,
\end{aligned}
$$

[1] `https://www.chem.ualberta.ca/~massspec/atomic_mass_abund.pdf`

Tab. 1: Tabuľka energetické zisku ΔE pre jedntlivé reakcie, kde M_i je hmotnosť reaktantov M_o hmotnoť produktov a $DeltaM$ je rozdiel M_i a M_o

reakcia	$\frac{M_i}{\text{u}}$	$\frac{M_o}{\text{u}}$	$\frac{\Delta M}{\text{u}}$	$\frac{\Delta E}{\text{MeV}}$
${}^2D + {}^3T \to {}^4He + n$	5,02905384	5,010170755	0,018883085	17,58948231
${}^2D + {}^2D \to {}^3T + p$	4,02710684	4,022776887	0,00432995347	4,033326121
${}^2D + {}^2D \to {}^3He + n$	4,02710684	4,023596755	0,003510085	3,269623476
${}^3T + {}^3T \to {}^4He + 2n$	6,03100084	6,01883567	0,01216517	11,33178411
$H^3He + {}^3He \to {}^4He + 2p$	6,02986368	6,016058773	0,01380490694	12,8591894
${}^3T + {}^3He \to {}^4He + n + p$	6,03043226	6,017447222	0,01298503847	12,09548675
${}^3T + {}^3He \to {}^4He + {}^2D$	6,03043226	6,01505926	0,015373	14,31985884
$p + {}^{11}B \to 3^4He$	12,01383857	12,00451752	0,00932104653	8,682499871
${}^2D + {}^3He \to {}^4He + p$	5,02848526	5,008782307	0,01970295347	18,35318496

ale pozor, tieto hmotnosti sú hmotnosti celého atómu, a to vrátane obalu, tj. elektrónov, ktoré sa na jadrových reakciach nezúčastnujú. Preto od týchto hmotností musíme odčítať hmotnosti prislušného počtu elektrónov[2], pričom $M_\text{e} = 5{,}4857990907E - 4\,\text{u}$, ted dostávame

$$
\begin{aligned}
M_{{}^1H} \doteq M_p &= 1{,}00727642\,\text{u}\,,\\
M_{{}^2D} &= 2{,}014102\,\text{u}\,,\\
M_{{}^3T} &= 3{,}01550042\,\text{u}\,,\\
M_{{}^3He} &= 3{,}01493184\,\text{u}\,,\\
M_{{}^4He} &= 4{,}00150584\,\text{u}\,,\\
M_{{}^{11}B} &= 11{,}0065621\,\text{u}\,,
\end{aligned}
$$

Teraz nám ostáva len dosadiť do jednotlivých rovník hmotnosti jadier a spočítať rozdiel energii viď

Pre výpočet kynetických energii produktov potrebujeme vedieť 2 základné pravidlá

1. hybnosť produktov pri dvoj-produktových reakciach je rovnaká $m_1 v_1 = m_2 v_2$
2. súčet kynetických energií produktov je rovný uvolnenej energii $\Delta E = E_{k1} + E_{k2}$

Na základe týchto pravidiel môžeme odvodiť vťah pre dvoj produktové reakcie, produkt reakcie bude mať energiu $E_{k1} = \frac{m_2}{m_1+m_2}\Delta E$. Pre troj a viac produktové reakcie toto rozdelenie energii nieje možné numericky spočítať, a produkty majú spojité spektrum energii v ktorých sa môžu pohybovať.

$$
\begin{aligned}
{}^2D + {}^3T &\to {}^4He(3,541175451 Mev) + n(14,04830686 Mev)\,,\\
{}^2D + {}^2D &\to {}^3T(1,009917924 MeV) + p(3,023408197 MeV)\,,\\
{}^2D + {}^2D &\to {}^3He(0,8196533317 MeV) + n(2,449970145 MeV)\,,\\
{}^3T + {}^3He &\to {}^4He(4,793602106 MeV) + {}^2D(9,526256731 MeV)\,,\\
{}^2D + {}^3He &\to {}^4He(3,6908634 MeV) + p(14,66232156 MeV)\,,
\end{aligned}
$$

[2] Tento postup nieje uplne správny, pretože zanedbávame vatobnú energiu elektrónu.

Do vzťahu z textu seriali

$$2nE_\mathrm{k} < \frac{n^2}{4}\left\langle v\sigma\right\rangle \tau Q\,,$$

dosadíme za E_k jednotlivé zo zadania najskôr pre prípad $E_k = k_B T^\alpha$ a upravuje

$$\begin{aligned}
2nk_B T^\alpha &< \frac{n^2}{4}\left\langle v\sigma\right\rangle \tau Q\,,\\
2k_B T^\alpha &< \frac{n\tau}{4}\left\langle v\sigma\right\rangle Q\,,\\
n\tau &> \frac{8k_B T^\alpha}{\left\langle v\sigma\right\rangle Q}\,,\\
\frac{8k_B T^\alpha}{\left\langle v\sigma\right\rangle Q} &\sim \frac{T^\alpha}{10^{-16}\,\mathrm{cm^3 s^{-1}} 10^7\,\mathrm{eV}} =
\end{aligned}$$

Michal Červeňák
`miso@fykos.cz`