

## Úloha IV.3 ... uzavírka na silnici

6 bodů; průměr 5,12; řešilo 91 studentů

Všichni to známe – uzavírky na silnicích a nekonečné stání na semaforech. Zelená svítí po dobu 60 s, ale než se stačí všichni rozjet, už je zase červená. Uvažujme 0,5 s reakční dobu řidiče, než se rozjede poté, co se dalo do pohybu auto před ním. O kolik procent by se zvýšil počet aut, která projedou uzavírkou, kdyby se všichni ve frontě rozjeli současně? První auto stojí na úrovni semaforu, vzdálenost předních nárazníků všech aut odhadněme na 5 m a všechna se rozjíždí rovnoměrně zrychleně po dobu 5 s na rychlost  $30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ , kterou pak pokračují dále do uzavírky. U Jardy na vesnici už třetím rokem kopou kanály.

Označme si najprv veličiny zo zadania: doba, kedy svieti zelená a uzávierkou sa dá prejsť je  $T = 60 \text{ s}$ , reakčná doba vodičov je  $t_r = 0,5 \text{ s}$ , rýchlosť, na ktorú zrýchľujú pomenujeme klasicky  $v = 8,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , vzdialenosť predných nárazníkov áut je  $d = 5 \text{ m}$  a zrýchlenie dopočítame ako:  $a = \Delta v / \Delta t = 8,3/5 = 1,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Úloha sa nás pýta na pomer áut, ktoré prejdú uzávierkou v prípade, kedy idú všetci súčasne a v prípade, kedy vodičom reakcia na rozbehnutie auta pred nimi nejaký čas trvá. Spočítajme počty týchto áut pre obe situácie.

V prípade, kedy sa všetci rozbehnú súčasne vieme, že sa autá môžu hýbať až celých  $T$  sekúnd. Teda prejdú maximálne vzdialenosť

$$s = \frac{1}{2}a5^2 + (T - 5)v \doteq 479 \text{ m}.$$

Dostávame tak vzdialenosť, z ktorej je ešte možné dôjsť k závore pred červenou. Vzdialenosť „n“-tého auta od závery dostaneme jednoducho ako

$$d_n = (n - 1)d.$$

Z podmienky

$$d_n \leq s,$$

dostaneme, že posledné auto, ktoré stihne prejsť závorou je v poradí  $n_1 = 96$ .

Prípad s reakčnou dobou vodičov len modifikuje (konkrétne znižuje) čas, ktorý majú autá na pohyb. Množstvo času, ktoré takto  $n$ -tému vodičovi „ubudne“ je

$$t_n = (n - 1)t_r.$$

Dráhu, ktorú prejde  $n$ -té auto vypočítame ako

$$s_n = \frac{1}{2}a5^2 + (T - 5 - t_n)v.$$

Pričom limitným prípadom na prejsť uzávierky je teraz:  $s_n \geq d_n$ . Odkiaľ pre  $n$  dostávame

$$n = \frac{\frac{1}{2}a5^2 + (T - 5)v}{d + vt_r} + 1.$$

To pre dané hodnoty znamená, že ešte  $n_2 = 53$  áut uzávierkou prejde. Hľadaný pomer je  $n_1/n_2 \doteq 1,8$ . Teda keby sa všetci vodiči rozbehli súčasne, uzávierkou prejde o zhruba 80 % viac áut.

*Marek Jankola*  
marekj@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.