



## Seriál: Dĺžka

V prvom dieli sme sa venovali meraniu času – najčastejšie meranej veličine vo fyzike vôbec. V tomto dieli sa budeme venovať ďalšej veličine, s ktorou sa stretneme v bežnom živote už ako deti v škole, dĺžke. Určenie polohy telies v závislosti na čase umožňuje popísať pohyb telies (ale nie jeho príčinu) - týmto sa zaoberá oblasť fyziky nazývaná kinematika.

### Dĺžka

Na rozdiel od jednotiek času boli jednotky dĺžky historicky rozmanitejšie – či už od jedného miesta k druhému, či v danom mieste v rôznych dobách. Prvé historicky zachované merania dĺžky sa objavujú spoločne s prvými písomnými záznamami – obvykle popisujúce rozlohu pozemkov a polí, či dĺžky alebo objemy materiálov zachovaných najmä v zápisoch obchodných transakcií. Obvyklou dĺžkovou mierou v staroveku boli lakeť (vzdialenosť od lakťa ku koncu prostredníka) a na dlhších vzdialenostiach štadión. Tieto dĺžky však boli od jedného štátneho zriadenia k druhému rôzne (na ich veľkosť a dodržiavanie obvykle dohliadal panovník) a časom sa menili. V dobe Rímskej ríše bola základnou jednotkou stopa, s delením na dvanásť dielov zvaných unciae a 5000 stóp tvoriacou mílou. Zaujímavým faktom ostáva, že aj napriek veľkému rozvoju geometrie v antike miery dĺžky, plochy a objemu netvorili konzistentný systém a každé mali vlastný systém jednotiek.

Rímske jednotky sa vďaka ich širokému rozšíreniu Európou stali základom dĺžkových mier v Európe a premena jednotiek podobne ako premena mien boli jedny zo základných úloh, ktoré musel obchodník ovládať, keďže v každej krajine, aj keď často s rovnakým názvom, mali miery inú veľkosť. Napríklad na území dnešného Nemecka bola míla rôzna v každej spolkovej zemi. Jej veľkosť sa pohybovala od 1 000 m do 12 000 m. Ďalším problémom bolo aj malé množstvo základných štandardov, napríklad v Británii pri požiari v Londýne v roku 1834 sa britský štandardný Yard roztavil.

### Hľadá sa štandard

Vývoj vedy a merania v období renesancie viedol na potrebu zaviesť jednotný systém jednotiek určený pre vedeckú komunitu. Takáto jednotka by mala byť určená z prírodných princípov a užívať desiatkové násobky a delenia. Prvým z návrhov v roku 1645 priniesol Giovanni Battista Riccioli s využitím kyvadla, kde za jednotku dĺžky zobral dĺžku závesu kyvadla o kmite jednej sekundy. Ako však vieme z predošlého dielu, veľmi rýchlo sa prišlo na nevhodnosť tejto definície spojenjej s rôznymi vplyvmi pôsobiacimi na kyvadlá. Pre určenie jednotky dĺžky ide najmä o závislosť na hodnote tiažového zrýchlenia, ktorého vplyv nevieme meraním v jednom laboratóriu ovplyvniť.

Ako inou možnosťou sa ukazoval rozmer Zeme, ktorý sa používal ako jednotka dĺžky v astronómii. Postupnými pokrokmi v geodézii počas 17. a 18. storočia sa ukázalo, že Zem nie je dokonale guľatá, ale ide o rotačný elipsoid so sploštením okolo 1/300. Počas francúzskej revolúcie tak bolo rozhodnuté zaviesť dĺžkovú mieru *meter*:

Meter je 1/10 000 000 vzdialenosti od severného pólu k rovníku meraná pozdĺž Parížskeho poludníka.

Pre realizáciu tejto definície bolo nutné určiť dve hodnoty – sploštenie Zeme a dostatočne dlhú základnú vzdialenosť pozdĺž poludníka. Z meraní v Peru, Francúzsku a iných miestach francúzskeho impéria bola uznaná hodnota sploštenia 1/334 (skutočná hodnota je okolo 1/298). Druhá úloha zabrala dvojici Pierre Méchain a Jean-Baptiste Delambre viac ako šesť rokov premeraním dĺžky poludníka od Dunkirka do Barcelony. Táto definícia metra vstúpila do platnosti 22.6.1799 uložením platinovej tyče *mètre des Archives* v Paríži a spolu s mierami času a hmotnosti sa stali základom metrického systému v decembri toho istého roku.<sup>1</sup> Postupným premeraním pôvodnej základne a jej predĺžením z Šetlandských ostrovov do Alžírka sa polomer a tvar Zeme spresnili a ukázalo sa, že hodnota sploštenia ani základne neboli určené úplne bezchybne, avšak ako definícia dĺžky sa používal práve etalón uložený v Paríži. Geodetické merania však nestratili význam, pokroki v metódach merania a jeho spracovania a spojením geodetických sietí viacerých krajín<sup>2</sup> vznikali geodetické modeli tvaru Zeme, ktoré sa postupne vyvinuli do Svetového geodetického systému.

So zvyšovaním presnosti merania bolo nutné doplniť podmienky, pri ktorých je porovnávanie meranie medzi etalónom a štandardami vykonávané. V roku 1889 je tak pri teplote topenia ľadu a od roku 1927 navyše za atmosférického tlaku na špeciálnom podstavci minimalizujúcom napätie v tyči samotnej. Vývoj v presnosti realizácie metra v prvej polovici 20. storočia smeroval ku hľadaniu zliatín s lepšími termomechanickými vlastnosťami ako napr. invar – zliatina niklu a železa s dĺžkovou rozťažnosťou menej ako 1 diel na milión pri zmene teploty o jeden stupeň kelvina, asi desaťkrát menej ako pôvodná platinová zliatina. Pre vynikajúce vlastnosti tejto zliatiny bol jej objaviteľ Charles Édouard Guillaume ocenený Nobelovou cenou v roku 1920.

### Meriame v dielni

S rozvojom priemyslu na prelome 18./19. storočia dochádza k potrebe vyrábať diely o zadaných rozmeroch s dostatočnou presnosťou. Stretávame sa tak s rôznymi meradlami dĺžky, ktoré sa používajú dodnes pri rôznych aplikáciách.

Na bežné meranie vzdialeností sa obvykle používajú zvinovacie pásma, skladacie metre a pravítka, obvykle tvorené stupnicou s delením o dĺžke 1 mm na priamej hrane tuhého telesa.<sup>3</sup> Hodnoty meranej vzdialenosti určíme jednoducho pohľadom odčítaním zo stupnice, podľa toho, medzi ktorými dielikmi sa meraný bod nachádza. Pri meraní by sme sa mali na meradlo pozeráť kolmo na stupnicu pri dobrom osvetlení. Chyba merania je obvykle odhadnutá ako polovica najmenšieho dielika stupnice, správnejšie sa dá určiť, že smerodatná odchýlka takéhoto merania pri rovnomernej hustote pravdepodobnosti medzi ryskami je  $1/\sqrt{3}$  najmenšieho dielika. Dôležité je však zobrať do úvahy aj presnosť meradla samotného danej triedou presnosti podľa príslušných technických noriem. Napríklad pre 10 m dlhé pásmo 1. triedy presnosti s toleranciou 1,1 mm je celková neistota merania daná ako

$$\Delta l = \sqrt{(1,1 \text{ mm})^2 + (1 \text{ mm}/\sqrt{3})^2} = 1,2 \text{ mm} .$$

<sup>1</sup> Rozhodnutie realizácie metra podľa tejto definície padlo už v roku 1791 a od 7. 4. 1795 sa v Paríži nachádzal prototyp s provizórnou hodnotou dĺžky podľa predošlých meraní.

<sup>2</sup> Jedným z dôležitých príspevkov boli merania v Spojených štátoch, ktorých používanie metra bolo významným vplyvom pre ustanovenie metra ako medzinárodného štandardu.

<sup>3</sup> V prípade pásma sa počíta s položením meradla na rovný povrch.

Nemôžeme ale zabúdať na to, že meradlo bolo kalibrované pri istých štandardných podmienkach. Ich nedodržaním sa môžeme dopúšťať ďalších systematických chýb. Napríklad vplyvom dĺžkovej rozťažnosti by sa 10-metrové oceľové pásmo kalibrované pri 20 °C pri bode mrazu vody skrátilo o asi 2,5 mm.

Pre presnejšie merania menších objektov, ako napríklad v mechanických dielňach, sa používajú meradlá ako posuvné meradlo (ľudovo nazývané šublera), či mikrometrické meradlo, tzv. mikrometer. Spresnenie merania je realizované na jednej strane konštrukciou meracích plôch – meriame vzdialenosť medzi dvomi plochami meradla, do ktorých zovrieme meraný objekt – na strane druhej konštrukciou komplikovanejšej stupnice – zvanej verniérova stupnica, alebo tiež nónius – umožňujúcej použitie menších dielikov. Presnosť určenia dĺžky pomocou posuvných meradiel je obvykle 0,05 mm – o rád lepšia ako v prípade pravítka, v prípade mikrometra dokonca ešte o rád lepšia – len 0,005 mm. V oboch prípadoch je nutné od meranej hodnoty odčítať hodnotu nulového bodu stupnice – teda hodnoty určenej meraním bez objektu medzi meracími plochami. Pochopiteľne je nutné meracie plochy udržiavať čisté a chrániť ich pred poškodením.

Na najpresnejšie meranie, s ktorým sa v strojárstve bežne stretávame, ako aj na kalibráciu iných prístrojov sa používajú koncové mierky rovnoobežné (niekedy nazývané Johanssonove po ich vynálezcovi) – súbor kvádrov z kovu, alebo keramického materiálu s dvomi vyleštenými rovinými rovnoobežnými stenami v štandardných vzdialenostiach od seba. Voľba vzdialeností, ktoré tvoria sadu, umožňuje kombináciou rôznych mierok vytvoriť štandard takmer ľubovoľnej vzdialenosti. Jednotlivé mierky sa pri tom spoja buď priamo priložením v kolmej orientácii meracích stien a pootočením, alebo po aplikácii vrstvičky oleja. Jednotlivé bločky potom držia dokopy pôsobením povrchového napätia. Tento súbor sa potom umiestni na rovinnú dosku s dostatočnou plochosťou spolu s meraným objektom. Neznámu výšku meraného objektu potom určíme pomocou odchýlkometra, ktorý dokáže merať s presnosťou až 0,001 mm, avšak za cenu vysokej presnosti obvykle len v malom rozsahu niekoľkých milimetrov – práve preto je meranou veličinou práve rozdiel medzi štandardom a rozmerom, ktorý chceme určiť. Kalibrácia a premeriavanie štandardných mierok prebieha interferometricky – presnosť 0,001 mm zodpovedá asi dvom vlnovým dĺžkam viditeľného svetla.

### Dĺžka svetlom

Okrem bežného života, mechanickej dielne a geodézie sa meranie dĺžky objavuje aj v optike. Geometrická optika vyžaduje povrchy, ktoré majú dostatočne presný tvar v porovnaní s vlnovou dĺžkou svetla pre maximálnu ostrosť obrazu. Presnosť realizácie povrchu sa dá určiť interferometrickým meraním, na povrchu plochy pozorujeme série interferenčných prúžkov, krúžkov, či iných komplikovanejších obrazcov. Intenzita svetla prichádzajúceho z daného miesta je daná vzájomným fázovým rozdielom vln, ktoré sa na danom povrchu skladajú/interferujú. Ak sa spolu stretnú dve vlny o amplitúde intezity elektrického poľa  $E_0$  a fázovým rozdielom  $\varphi$ , výsledná vlna bude mať svetelnú intenzitu  $I$  o veľkosti

$$E_0 e^{i\omega t} + E_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = E_0 e^{i\omega t} (1 + e^{i\varphi}),$$

$$I \propto \frac{E_0^2}{2} (1 + e^{i\varphi}) (1 + e^{-i\varphi}) = E_0^2 (1 + \cos \varphi),$$

kde sme využili zápis vlny v jednom bode pomocou komplexných čísel (skutočná hodnota elektrickej intenzity je reálnou časťou tohto výrazu) a úmernosti svetelnej intenzity na strednej

hodnote kvadrátu veľkosti reálnej časti elektrickej intenzity. Vidíme teda, že so zmenou fázového rozdielu od 0 do  $2\pi$  sa svetelná intenzita mení od maximálnej hodnoty k nule a naspäť k maximálnej hodnote. Fázový rozdiel je daný podielom fyzickej dĺžky prostredia, ktorou svetlo cestuje, a vlnovej dĺžky svetla v ňom, resp. optickej dráhy a vlnovej dĺžky vo vákuu

$$\varphi = \frac{l}{\lambda} = \frac{nl}{\lambda_0},$$

kde  $n$  je index lomu prostredia pre danú vlnovú dĺžku. Pre určenie vlnovej dĺžky spektrálnej čiary v metroch je tak nutné spočítať množstvo prúžkov, ktoré prejdú cez zorné pole interferometra pri posune referenčného povrchu o jeden meter, čo v prípade spektrálnej čiary D1 sodíku je približne 1,7 milióna prúžkov – jedná sa o veľmi náročný experiment. Z tohto dôvodu sa po dlhú dobu určovali vlnové dĺžky spektrálnych čiar relatívne voči sebe, alebo voči štandardnej vlnovej dĺžke. Za kalibráciu vlnových dĺžok na štandardný meter bol v roku 1907 Albert Abraham Michelson ocenený Nobelovou cenou.

Využitie spektroskopie však umožňuje definovať meter s výrazne vyššou presnosťou, ako pomocou tvaru Zeme. Pre túto novú definíciu je nutné zvoliť jasnú spektrálnu čiaru prvku, ktorá je jednoduchá. Prvok sa teda vo vzorke lampy musí vyskytovať len ako jediný izotop a čiara sa nesmie rozštepovať. Čiara sa rozštiepuje interakciou medzi spinom a orbitálnym momentom elektrónu – preto musíme vybrať prechod medzi vhodnými hladinami alebo tiež interakciou medzi elektrónom a spinom jadra – preto musíme vybrať vhodný izotop. Navyše by bolo vhodné, aby daný prvok bol plynným a žiaril pri čo najnižšej teplote, aby bola čiara čo najmenej rozšírená tepelným pohybom atómov. Voľba padla v roku 1960 na izotop kryptónu:

Meter je dĺžka rovná 1 650 763,73 násobku vlnovej dĺžky vo vákuu žiarenia emitovaného elektrónovým prechodom z hladiny  $2p_{10}$  na  $5d_5$  izotopu kryptónu 86.

Štandardným zdrojom sa tak stala kryptónová výbojka na teplote trojného bodu dusíka  $T = 63,151$  K.

V období tejto zmeny definície došlo k prudkému vývoju v inej oblasti – laserovej optike. Laser je zdroj nielen monochromatického, ale navyše aj koherentného žiarenia. Pre optické, interferometrické a spektroskopické účely je teda preferovaným zdrojom. Vzájomným premeriavaním hélum-neónového laseru a kryptónovej výbojky sa v 70. rokoch prišlo na to, že prechodom definície k laseru by sa presnosť merania mohla zvýšiť aj o dva rády. Voľbou tak bolo zafixovať hodnotu rýchlosti svetla a namiesto dĺžky tak merať pri kalibrácii štandardov čas. Na to však bolo potrebné zmerať presnú hodnotu frekvencií zdrojov v optickej oblasti, čo priamo nebolo možné. Zostavila sa tak postupnosť vzájomných meraní frekvencií cez šesť rádoov pre rôzne zdroje od mikrovlnnej oblasti (v ktorej je definovaná sekunda) až do oblasti optickej. V roku 1983 sa tak definícia metra zmenila nasledovne:

Meter, značka m, je SI jednotka dĺžky definovaná zafixovaním číselnej hodnoty rýchlosti svetla vo vákuu  $c$  na hodnote 299 792 458 v jednotkách  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Možnosť merania dĺžky priamo z definície umožňujú laserové diaľkomery priamo merajúce čas, ktorý uplynie medzi vyslaním laserového pulzu a detekovaním pulzu odrazeného od meraného objektu. Pri meraní je dôležité zobrať do úvahy vlastnosti média, v ktorom meriame –

musíme poznať rýchlosť svetla vo vzduchu pri aktuálnych podmienkach. Vzdialenosť potom určíme ako

$$l = c_g \Delta t, \quad c_g = \frac{c}{n_g},$$

$$n_g(\lambda) = n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda},$$

kde je nutné použiť grupovú rýchlosť svetla  $c_g$  v médiu danú grupovým indexom lomu  $n_g$  narozdiel od bežného fázového indexu lomu  $n$ .<sup>4</sup> Na krátkych škálach pod niekoľko metrov sa pre presné merania stále využíva interferometria – svetlo preletí 1 m za asi 3,3 ns, pre presnosť merania na milimetre tak potrebujeme merať čas s presnosťou na pikosekundy, čo nie je jednoducho dostupné pre bežného užívateľa. Vzdialenosť preto určíme zmeraním fázového posunu  $\varphi$  a známej hodnoty vlnovej dĺžky použitého žiarenia.

### Astronomické vzdialenosti

Meranie vzdialeností vo vesmíre má veľa spoločné s meraním vzdialenosti v geodézii – väčšina presných vzdialeností bola historicky určovaná geometrickými metódami. Tvary a veľkosti orbít planét sa určovali vo vzťahu k veľkosti zemskej dráhy s poloosou o veľkosti astronomickej jednotky  $1 \text{ au} = 149\,597\,870\,700 \text{ m}$ , ktorej veľkosť však dlho nebola presne známa. Prvé akotak správne hodnoty sa začínajú objavovať v druhej polovici 17. storočia z meraní paralaxy<sup>5</sup> Marsu J. Richerom a G. D. Cassinim. Neskôr došlo k spresneniu hodnoty slnečnej paralaxy pozorovaním prechodov Venuše popred Slnko v rokoch 1761 a 1769 a neskôr 1874 a 1882. Táto metóda mala za výhodu, že namiesto zmeny uhlovej vzdialenosti pri pozorovaní z dvoch rôznych miest (slnečná paralaxa má veľkosť len 8,8 oblúkovej sekundy) je založená na meraní času tranzitu samotného a následného výpočtu. Na určenie veľkosti astronomickej jednotky z paralaxy  $p$  je ďalej nutné poznať polomer Zeme  $R_Z$  v obvyklých jednotkách

$$1 \text{ au} = R_Z \operatorname{tg} p.$$

Dnes sa na určenie vzdialeností v slnečnej sústave najčastejšie používa radarové meranie doby odrazu od daného objektu alebo doba letu signálu od sondy (ktorá nesie svoje presné hodiny).

Metóda paralaxy je však dodnes používanou metódou merania vzdialenosti k hviezdám. Prvú hviezdnu paralaxu zmeral F. Bessel v roku 1838 pre hviezdu 61 Cygni. Základňou merania hviezdnych paralax je polomer zemskej dráhy, meria sa teda pohyb hviezdy voči pozadiu počas roka. Pomocou ročnej paralaxy je zavedená aj jednotka parsek – jedná sa o vzdialenosť, v ktorej hviezda má paralaxu jednu uhlovú sekundu, máme preto vzťah  $d = 1/p$ , ak vzdialenosť  $d$  meriame v parsekoch a paralaxu  $p$  v oblúkových sekundách. Veľkým pokrokom v meraní vzdialeností hviezd bola družica Hipparchos schopná zmerať vzdialenosti hviezd bližších ako asi 500 pc a stále aktívna družica Gaia s dosahom približne desaťkrát vyšším. Táto vzdialenosť však stále nepokrýva celú galaxiu. Pre väčšie vzdialenosti sa musíme preto spoľahnúť na nepriame metódy.

<sup>4</sup>Pulz svetla sa šíri grupovou rýchlosťou svetla  $c_g$  na rozdiel od vlnoplochy, ktorá sa šíri fázovou rýchlosťou  $c_f$ . Obe rýchlosti sú rovnaké v nedisperznom prostredí – keď je rýchlosť šírenia nezávislá na vlnovej dĺžke. Svetelný pulz je totiž súčtom monochromatických vln rôznych frekvencií, ktorých rýchlosť šírenia sa vo všeobecnosti líši. Vo vákuu majú obe rýchlosti hodnotu rýchlosti svetla vo vákuu  $c$ .

<sup>5</sup>uhlu, o ktorý sa posunie pozorovaný objekt voči vzdialenému pozadiu pri zmene polohy pozorovateľa

V roku 1908 H. S. Leavittová pozorovaním obrých pulzujúcich premenných hviezd cefeíd<sup>6</sup> v Magellanových oblakoch objavila závislosť medzi jasnosťou a pulzačnou periódou, teda periódou premennosti, týchto hviezd. Zmeraním vzdialeností k blízkym cefeidám v okolí Slnka tak je možné využitím pozorovanej jasnosti určiť absolútnu jasnosť a skalibrovať tak meranie vzdialeností blízkych galaxií pomocou jasnosti cefeíd. S využitím týchto vzdialeností je potom možné kalibrovať ďalšiu tzv. štandardnú sviečku – supernovy typu Ia, ktoré vznikajú ako výbuch bieleho trpaslíka, na ktorého padá hmota zo súputníka, pri prekročení Chandrasekharovej medze – maximálnej novej hmotnosti.<sup>7</sup> Tieto nám umožňujú určenie vzdialeností vo väčšine galaxií, ktoré dokážeme priestorovo rozlíšiť. Hlavným problémom je ale, že supernovy sú prechodný jav a na určenie vzdialenosti galaxie touto metódou v nej najprv musíme supernovu pozorovať. Na vzdialenosti galaxií s pozorovanými supernovami sa následne dá kalibrovať Hubbleov zákon, ktorý vraví, že galaxie sa od nás vzdalujú rýchlosťou úmernou vzdialenosti. Pod kalibrovaním sa rozumie určenie konštanty úmernosti, známej ako Hubbleova konštanta. Rýchlosť vzdalovania určíme spektroskopicky meraním Dopplerovho posunu spektrálnych čiar. Okrem týchto metód existujú aj iné rôzne postupy vhodné pre určenie iných typov objektov, či v iných vzdialenostiach.

### Malé dĺžky

Doteraz sme meranie dĺžky vykonávali buď porovnaním s fyzickým „právitkom“, alebo pomocou svetla. Čo však v prípade, ak sú rozmery nami meraného objektu porovnateľné s vlnovou dĺžkou viditeľného svetla, alebo dokonca menšie? Jednou z možností je použiť žiarenie s menšou vlnovou dĺžkou, ako napríklad ultrafialové alebo roentgenové žiarenie a mikroskop, či interferometer s kamerou na toto žiarenie prispôbenou. V tejto oblasti je významný pokrok v krátkovlnných laseroch v posledných desaťročiach.

V prípade, že sa zaujímate o vzdialenosti v pravidelnej štruktúre, ako napríklad kryštáloch, nemusíme merať priamo vzdialenosť samotnú. Na kryštál sa totiž môžeme pozrieť ako na difrakčnú mriežku, kde pre vzdialenosť atómových rovin  $d$ , použitú vlnovú dĺžku svetla  $\lambda$  máme vzťah pre maximum intenzity odrazeného svetla

$$n\lambda = 2d \sin \theta,$$

kde  $n$  je celé číslo a  $\theta$  je uhol zovretý medzi atómovou rovinou kryštálu a dopadajúcim, resp. odrazeným lúčom. Ak na práškovú vzorku kryštalického materiálu posvietime lúčom roentgenovského žiarenia, po prechode vzorkou vznikne súbor súosých svetelných kužeľov, ktorých odchýlky od priameho smeru budú  $2\theta$ . Meranie týchto uhlov a príslušných intenzít maxim je princípom práškovej roentgenovskej difraktometrie, ktorá umožňuje určiť vzdialenosti atómov a zloženie kryštalickej látky. Pomocou difrakčných metód bola, napríklad, určená aj štruktúra biomolekúl ako DNA.

Ďalšou možnosťou je upustiť od svetla a použiť elektróny. Podľa de-Broglieho princípu sa totiž zväzok elektrónov o hybnosti  $p$  správa ako žiarenie o vlnovej dĺžke

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

<sup>6</sup>Ich jasnosť dosahuje približne tisíckrát jasnosť Slnka

<sup>7</sup>Svietivosť takejto supernovy je až  $3,6 \cdot 10^9$  slnečných svietivostí. V porovnaní s cefeidami ich tak vidíme až do tisíckrát vyšších vzdialeností.

kde  $h$  je Planckova konštanta. Tento fakt využívajú elektrónové mikroskopy, ktoré zobrazujú pomocou zväzku urýchlených elektrónov zaostraných pomocou magnetických šošoviek dopadajúci na malú plôšku pozorovaného objektu. Dnešnou technológiou sa tak v prípade skenovacích elektrónových mikroskopov dá dosiahnuť rozlíšenie až  $0,5 \text{ \AA} = 0,000\,000\,05 \text{ mm}$ . Dopadajúci elektrónový paprsok s terčom interaguje – pozorovať tak môžeme odrazené elektróny, sekundárne nízko-energetické elektróny, či roengenovskú emisiu. To nám umožňuje určiť tvar, polohu a chemické zloženie vzorky. V prípade transmisného elektrónového mikroskopu pozorujeme priepustnosť vzorkou, ktorú neosvetľujeme bodovo, ale celú naraz rovnomerným kolimovným zväzkom. Dôležitá je však príprava vzorky – vo vnútri elektrónového mikroskopu sa udržuje vysoké vákuum, vzorka preto nemôže obsahovať, napríklad, vodu. Ďalej bombardovaním elektrónmi sa vzorka nabíja, dôležité je preto odvádzanie náboja – často sa preto stretneme, napríklad, s vysušeniami a pokovenými vzorkami hmyzu.

Nutné je však nejako kalibrovat škálu elektrónového mikroskopu. Za týmto účelom bola zmeraná medzivrstvová vzdialenosť  $d_{220}$  v čistom kryštalickom kremíku s vysokou presnosťou  $d_{220} = 192,015571(3) \cdot 10^{-12} \text{ m}$ . Toto meranie využívajú aj iné pokročilé zobrazovacie metódy ako mikroskop atómových síl – merajúci vzdialenosť nepriamo meraním sily pôsobiacej medzi atómami vzorky, či pohybom po povrchu a sledovaním odchýlky ramena, na ktorom je detekčný hrot umiestnený, či skenovací tunelovací mikroskop merajúci elektrický prúd elektrónov kvantovo tunelujúcich cez vákuum medzi hrotom sondy a povrchom vzorky. Tieto moderné metódy umožňujú merať vzdialenosti na škále menšej, ako rozmer samotných atómov.

### Odvođené veličiny

S meraním dĺžky súvisí aj určenie iných veličín, ako napríklad plochy. Pre jednoduché útvary využívame geometrické vzťahy medzi plochou a niekoľkými meranými rozmermi. V prípade všeobecných rovinných útvarov plochu obvykle určujeme rozdelením meranej oblasti na trojuholníky – trianguláciou, pričom výslednú plochu určíme ako súčet jednotlivých plôch. Tu si však treba dať pozor, Čím viac trojuholníkov použijeme, tým sa bude reálne určená plocha viac podobat pôvodnému útvaru, avšak použitím menších útvarov sa pri meraní samotnom dopúšťame vyššej relatívnej chyby. Podobne sa postupuje aj v prípade nerovinných plôch. V tomto prípade volíme body na danej ploche, ktoré pospájame do trojuholníkov, ktoré však na ploche samotnej neležia. Čím viac bodov použijeme, tým viac sa meraná a skutočná plocha budú podobat. Tu však ešte viac ako v rovinnom prípade vidno, že výber polohy jednotlivých bodov je podstatnou časťou samotného merania. Ak je meraný útvar popisateľný algebraickou rovnicou je možné určiť jeho plochu s využitím matematickej analýzy – plošného integrálu - a zmeraním niekoľko základných dĺžok popisujúcich rozmery a tvar telesa. Základnou jednotkou plochy je  $\text{m}^2$ , často sa stretneme s jeho násobkami – árom  $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ , hektárom  $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$  a kilometrom štvorcovým  $1 \text{ km}^2 = 10 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ .

Podobná situácia je v prípade merania objemov – využiť môžeme buď známe vzťahy pre pravidelné telesá, alebo rozdelenie telesa na pomyselné štvorsteny a postupovať podobne, ako v predošlom prípade. Ponúkajú sa však ešte dve nové možnosti – určiť objem meraním hmotnosti, ak poznáme hustotu telesa,<sup>8</sup> alebo využitím tekutín. Tekutiny, teda plyny a kvapaliny, prispôbujú svoj tvar okoliu. Objem tekutiny môžeme teda určiť pomocou odmerného valca odčítaním výšky hladiny. Podobne môžeme určiť objem iných telies ich ponorením do tekutiny a určením zmeny objemu. Treba si však dať pozor, aby tekutina a meraný objekt spolu ne-

<sup>8</sup>Hmotnosti a hustote sa budeme venovať v nasledujúcom diele.

reagovali, aby bol celý objekt ponorený, a aby sa na ňom nezachytili pôsobením povrchového napätia bublinky vzduchu.

Použitím jednotiek dĺžky a času vieme popísať časovú závislosť polohy a jej zmeny – rýchlosť a zrýchlenie. Rýchlosť je vektorová veličina daná ako zmena vektoru polohy za daný, limitne malý, interval času. Vektor rýchlosti teda má okrem veľkosti aj smer daný smerom pohybu. Okrem tejto tzv. okamžitej rýchlosti poznáme aj priemernú rýchlosť – ide o podiel prejdenej vzdialenosti/dráhy v danom časovom intervale. Základnou jednotkou rýchlosti je m/s. Často sa stretávame aj s  $3,6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$ . Ako sa môžete presvedčiť riešením seriálovej úlohy, v praxi sa používa aj mnoho iných jednotiek. V prípade určení rýchlosti treba vždy dbať na uvedenie vzťažnej sústavy, voči ktorej pohyb pozorujeme, ak to nie je zrejme zo zvyklostí, či kontextu.

Zrýchlenie je taktiež vektorová veličina určená ako zmena vektoru rýchlosti za limitne malý interval času. Teleso sa teda môže pohybovať so zrýchlením aj ak sa pohybuje s rýchlosťou o konštantnej veľkosti (ale meniacom sa smere). Základnou jednotkou zrýchlenia je  $\text{m/s}^2$ , okrem tejto sa niekedy zrýchlenie uvádza v násobkoch tiažového zrýchlenia  $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$ , alebo v prípade planetárnych vied aj v jednotkách galileo  $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ . Hodnotu zrýchlenia určíme buď výpočtom zo známej závislosti polohy telesa na čase, alebo pomocou akcelerometra. Poznáme viacero konštrukcií akcelerometrov – kyvadlový, ktorý meria zrýchlenie pomocou periódy kyvadla, pružinový, ktorý určuje zrýchlenie určením zotrvačnej sily pôsobiacej na teleso na pružine, gyroskopický, určujúci zrýchlenie z rýchlosti precesie zotrvačníka, či iné. Vo všetkých prípadoch však merajú len inerciálne zrýchlenie telesa (vplyvom princípu ekvivalencie nevieme rozlíšiť zrýchlenie od gravitácie) a na určenie vektoru zrýchlenia obvykle potrebujeme trojicu akcelerometrov.

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.