

Úloha VI.S ... osvetlené jednotky

10 bodů; průměr 5,50; řešilo 30 studentů

1. Kolmo nad stredom stolu sa nachádza izotropný (jeho vlastnosti nezávisia na smere) zdroj svetla. Stred stola je osvetlený $E_1 = 500 \text{ lx}$. Na okraj stola vo vzdialenosti $R = 0,85 \text{ m}$ od stredy dopadá osvetlenie $E_2 = 450 \text{ lx}$. Ako ďaleko od stredy stola sa svetelný zdroj nachádza? Akú má svietivosť?
2. Odmerajte svietivosť vašej obľúbenej lampičky pomocou jednej z vizuálnych fotometrických metód spomenutých v seriáli. Ako jednotku svietivosti použijete čajovú sviečku z bielo-parafínu. Nezabudnite svoju experimentálnu zostavu popísať a priložiť fotografiu alebo schému. S akou presnosťou sa vám podarilo určiť výsledok?
3. Zostavme „Zemskú“ sústavu jednotiek využitím hodnôt priemernej hustoty Zeme, štandardného atmosférického tlaku na hladine mora, štandardného tiažového zrýchlenia a magnetickej indukcie meranej na južnom magnetickom póle Zeme $B_0 = 67 \mu\text{T}$. Vypočítajte hodnoty sekundy, metra, kilogramu a ampéru v tomto systéme a ďalej určite hodnoty rýchlosti svetla, Planckovej konštanty, gravitačnej konštanty a permitivity vákua v Zemských jednotkách.

Dodovi nesvieti na koleji lampička.

1. Osvetlenie E je pre izotropný svetelný zdroj nezávislé na smere od zdroja. Stále je však závislé ako na vzdialenosti r , tak na uhle medzi normálou na osvetlenú plochu a smerom k zdroju svetla α

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

kde I je svietivosť zdroja. Ak označíme h výšku, v ktorej sa nad stolom svetelný zdroj nachádza, využitím Pytagorovej vety a definície kosínu dostávame vzťahy

$$E_1 = \frac{I}{h^2}, \quad E_2 = \frac{I}{h^2 + R^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}}.$$

Vzájomným podelením týchto rovníc dostávame

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{h^2}{h^2 + R^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} = \left(\frac{h^2}{h^2 + R^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

a finálne

$$h = \frac{R}{\sqrt{\left(\frac{E_1}{E_2}\right)^{\frac{2}{3}} - 1}}.$$

Dosadením dostaneme $h \doteq 3,15 \text{ m}$. Ďalším výpočtom zo vzťahu pre E_1 dostaneme svietivosť $I \doteq 5000 \text{ cd}$. Ak je zdroj izotropný, tejto svietivosti prislúcha svetelný tok $\Phi = 4\pi I \doteq 62 \text{ klm}$.

2. Merali sme svietivosť svetla smartfónu Xiaomi Redmi Note 11S. V dokumentácii od výrobcu sme svietivosť ani svetelný tok tohto zdroja nenašli. Ako referenčný zdroj sme použili čajovú sviečku z bielo-parafínu, ktorú sme po zapálení nechali pár minút rozhorieť. Meranie sme vykonali na internátnej izbe bez iných zdrojov svetla pomocou Bunsenovej

metódy. Ako fotometer slúžil hárok papiera o veľkosti A5, na ktorý sme voskom vytvorili polopriehľadnú škvŕnu o priemere asi 8 mm. Počas merania sme sa snažili udržiavať rovinu telefónu aj listu papiera kolmo na spojnicu zdrojov svetla a navyše tak, aby na tejto spojnici ležala i škvŕna. Meranie bolo vykonávané v približne vodorovnej rovine. Vzďialenosť $D = 197,4 \pm 0,3$ cm medzi svetelnými zdrojmi bola určená zvinovacím metrom. Ďalej sme pravítkom merali vzdialenosť d od plameňa sviečky k fotometru. Aj keď meranie dĺžky samotnej malo presnosť okolo 1 mm, určenie polohy, kedy bola škvŕna rovnako jasná ako okolie papiera nebolo jednoduché – nami určená vzdialenosť $d = 17,2 \pm 0,8$ cm tak zahŕňa aj túto chybu. Pokus sme opakovali aj použitím štyroch sviečok pri zachovaní vzdialenosti D , kedy sme namerali $d = 33 \pm 2$ cm. Veľká chyba merania teraz zahŕňa aj vzájomnú vzdialenosť sviečok medzi sebou, keďže ich nie je možné umiestniť na jedno miesto.

Svietivosť svetla I určíme pomocou vzťahu

$$I = NI_0 \left(\frac{D-d}{d} \right)^2,$$

kde I_0 je svietivosť sviečky a N je ich použité množstvo. Dosadením dostávame hodnotu svietivosti $I = (110 \pm 10)I_0$ použitím jednej sviečky a $I = (99 \pm 15)I_0$ použitím štyroch.

Vidíme, že tieto hodnoty sú navzájom konzistentné. Väčšina chyby merania pochádza z veľkej relatívnej chyby určenie d . V našom prípade situáciu komplikovali dva faktory:

- rozdielna farba svetelných zdrojov – sviečka mala v porovnaní so smartfónom výrazne žlté svetlo, čo komplikovalo určenie polohy fotometra, v ktorej je plocha homogénne jasná. Pri porovnávaní zdrojov rôznej farby navyše závisí aj na celkovom osvetlení vplyvom prechodu denného a nočného videnia;
- výrazná nerovnováha intenzity zdrojov – meranie prebiehalo blízko sviečky a preto aj malá absolútna chyba mala veľký relatívny vplyv. Tu je tiež dôležité použiť škvŕnu, ktorá má v pohľade z oboch zdrojov malú uhlovú veľkosť (aby sa dal uvažovať uhol zovretý plochou a smerom ku zdrojom rovnaký v celej oblasti merania) a taktiež zdroj, ktorého uhlová veľkosť v pohľade od škvŕny je menšia ako niekoľko stupňov.

Do nášho merania navyše vstupujú aj systematické chyby, najmä vplyvom svetla od zdrojov, ktoré bolo v miestnosti rozptýlené. Pre potlačenie tohto efektu je vhodné miestnosť, v ktorej sa meria, a predmety v nej (vrátane experimentátora) začierniť – teda natrieť čiernou farbou, či zakryť čiernou látkou.¹

- Prvým krokom je nájsť si hodnoty veličín, ktoré budeme fixovať na jednotkovú hodnotu v jednotkách SI a previesť ich do základného tvaru. Postupne máme pre priemernú hustotu Zeme $\rho_0 = 5\,513 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, atmosférický tlak na hladine mora $p_0 = 101\,325 \text{ Pa} = 101\,325 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$, tiažové zrýchlenie $g_0 = 9,806\,65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ a magnetickú indukciu $B_0 = 67 \cdot 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$. Následne môžeme určiť hodnotu kilogramu, metra, sekundy a ampéru pomocou niektorej z metód riešenia sústav rovníc. Od všeobecného postupu sa však

¹V optickom praktiku je úloha, v ktorej sa pomocou digitálneho fotometra meria smerová závislosť svietivosti žiarovky. Meria sa v malej čiernej miestnosti a počas merania je možné pozorovať zmenu hodnôt na prístroji len vplyvom toho, kde experimentátor stojí. A to aj v prípade čiernych riflových nohavíc a čiernej FYKOSej mikiny.

můžeme odklonit vďaka známym fyzikálnym vzťahom. Zo vzťahu pre hydrostatický tlak dostaneme

$$h = \frac{p}{\rho g} \Rightarrow \frac{p_0}{\rho_0 g_0} = \frac{101\,325 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}}{5\,513 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9,806\,65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 1,874 \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ m} = 0,5336 p_0 \cdot \rho_0^{-1} \cdot g_0^{-1}.$$

Z toho ľahko určíme hodnotu kilogramu a sekundy

$$1 \text{ kg} = \frac{\rho_0 \cdot \text{m}^3}{5\,513} = 27,56 \cdot 10^{-6} p_0^3 \cdot \rho_0^{-2} \cdot g_0^{-3},$$

$$1 \text{ s} = \sqrt{\frac{9,806\,65 \text{ m}}{g_0}} = 2,288 p_0^{1/2} \cdot \rho_0^{-1/2} \cdot g_0^{-1}.$$

Následne vieme určiť hodnotu ampéru

$$1 \text{ A} = 67 \cdot 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{B}_0^{-1} = 3,5 \cdot 10^{-10} p_0^2 \cdot \rho_0^{-1} \cdot g_0^{-1} \cdot \text{B}_0^{-1}.$$

Pre určenie hodnôt prírodných konštánt zo zadania nám stačí dosadiť za jednotky týchto veličín práve určené hodnoty základných jednotiek SI. Pre rýchlosť svetla

$$c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 6,993 \cdot 10^7 \frac{p_0 \cdot \rho_0^{-1} \cdot g_0^{-1}}{p_0^{1/2} \cdot \rho_0^{-1/2} \cdot g_0^{-1}} = 6,993 \cdot 10^7 p_0^{1/2} \cdot \rho_0^{-1/2},$$

pričom jednotka nám môže pripomínať napríklad vzťah z Bernoulliho rovnice $(1/2)\rho v^2 = p$.

Pre Planckovu konštantu máme

$$h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1} = 2,273 \cdot 10^{-39} p_0^{9/2} \cdot g_0^{-4} \cdot \rho_0^{-7/2}.$$

Gravitačná konštanta má hodnotu

$$G = 6,674\,30 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1}\cdot\text{m}^3\cdot\text{s}^{-2} = 7,031 \cdot 10^{-8} p_0^{-1} \cdot g_0^2$$

a permitivita vákua

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,818 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^4 = 7,2 \cdot 10^{-24} p_0^{-2} \cdot \rho_0^1.$$

Jozef Lipták

liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastrešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.